

С. Є. Самохвалов¹, д.т.н., проф., ORCID 0000-0002-7362-213X**В. П. Піптюк**¹, к.т.н., с.н.с., ORCID 0000-0002-2915-1756**С. В. Греков**^{1,*}, н.с., ORCID 0000-0003-2849-0999¹ *Інститут чорної металургії ім. З. І. Некрасова НАН України** *Автор для листування: gsv4321@i.ua*

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ДОБАВОК З РІЗНИМИ ПИТОМИМИ ГУСТИНАМИ ПРИ ЇХ КОЛЕКТИВНОМУ ВВЕДЕННІ В КІВШ

Анотація. В роботі здійснено розвиток математичної моделі гідродинамічних та масопереносних процесів в ковші в період колективного введення шматкових добавок в металевий розплав на установці ковш-піч (УКП), де враховано відмінність їх питомих густин. В середовищі Visual Studio 2022 на мові C# виконано програмну реалізацію даної моделі. Для візуалізації розрахунків використано мову Python і можливості штучного інтелекту з сервісів ChatGPT, Gemini, Grok. З використанням розробленого програмного забезпечення проведено серію розрахунків процесу, які дозволили зробити оцінку впливу питомої густини матеріалів, що подаються, на гідродинаміку розплаву в ковші на УКП та подальший масоперенос добавок. Встановлено, що відмінність питомих густин добавок веде до різниці характеристик їх розташування після введення, що впливає на характер їх подальшої динаміки в ковші.

Ключові слова: кількість матеріалу-добавки, гідродинаміка рідкої металевої ванни.

Посилання для цитування: Самохвалов С. Є., Піптюк В. П., Греков С. В. Математичне моделювання динаміки добавок з різними питомими густинами при їх колективному введенні в ківш. *Фундаментальні та прикладні проблеми чорної металургії*. 2026. Вип. 40. С. 454-464. <https://doi.org/10.52150/2522-9117-2026-40-027>

Стан питання

У процесі обробки сталі на ковшових агрегатах, наприклад на УКП, звичайно використовують введення різних шлакоутворюючих і легуючих добавок безпосередньо у рідку ванну розплаву. Ці добавки найчастіше подають у вигляді шматків, і при їх зануренні у метал формуються багатозфазні потоки, у яких тверді частинки рухаються разом з рідкою фазою металу з інтенсивним тепло- та масопереносом.

© С. Є. Самохвалов, В. П. Піптюк, С. В. Греков, 2026

Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

Оскільки густина добавок зазвичай відрізняється від густини рідкого металу, у ванні виникають складні гідродинамічні умови з утворенням нестационарних конвективних течій. Як показали сучасні CFD-дослідження, у таких умовах для адекватного моделювання необхідно поєднувати розв'язання рівнянь Нав'є-Стокса для рідкої фази з описом руху твердих частинок добавок.

В роботі [1] представлено всебічний огляд явищ змішування з продувкою газом у ковшах. Аналізуються фізичне моделювання та чисельні підходи до змішування і гомогенізації розплаву, утворення та взаємодія бульбашок аргону, поведінка добавок на межі сталь–шлак, а також утворення «отвору» («slag eye») у шлаковому покритті. Робота систематизує існуючі моделі (однофазні, двофазні Ейлерові та Лагранжеві) і підкреслює необхідність комбінованої валідації фізичних експериментів і CFD-моделей для майбутніх досліджень.

Численні роботи показують, що геометрія ковша, розташування пористих чи щілинних продувних фурм і витрата аргону нелінійно змінюють структуру течії та час змішування (включно з еліптичними ковшами та двофурменними продувними схемами) [2]. Мультифазні моделі «сталь–аргон–шлак» виявляють вплив витрати газу на форму плюму і розмір «slag eye», а також компроміс між швидким змішуванням металу і масоперенесенням через шлак (це важливо, якщо добавка взаємодіє із шлаком) [3]. Важливим є також місце введення добавки. Навіть за фіксованої витрати аргону глобальний час змішування суттєво залежить від місця інжекції (поверхня поблизу плюму, периферія). Це важливий параметр експериментальної валідації моделей впливу кількості добавки [3].

Прямим робіт, де саме маса/об'єм добавки як керуючий параметр змінює поле течії у ковші, небагато – частіше досліджують час змішування за фіксованих гідрорежимів. Втім, кількість добавки входить у моделі через кілька фізичних механізмів. Перш за все – через енергетичний (тепловий) вплив: великі маси холоднішої добавки (грудка, брикет) створюють локальні «холодні плями», підсилюють природну конвекцію, можуть тимчасово модифікувати струминні структури плюму. Це враховують роботи з тепловою стратифікацією [4]. Ще одним важливим фактором, на який впливає кількість добавки, є масоперенесення та місце її введення: при великих порціях, введених у зону поза конвективним ядром плюму з несприятливими для захоплення добавок потоками розплаву, наростає глобальний час досягнення критерію 95–99% гомогенізації: досліджено на трасерах (маркерах) і в роботах про розташування джерела [3]. У цій роботі динамічний вплив кількості введеної добавки на гідродинаміку в ковші не досліджувався.

За типових мікролегувань (десятки кг на 100–150 т; частки %), поле

течії переважно визначається аргонною продувкою та геометрією ванни, а кількість добавки впливає опосередковано – через локальне охолодження [5]. Для більших порцій добавок, як було показано в роботі [6], вплив на гідродинаміку може бути вже відчутним. В даній роботі розглядалися шматкові добавки (такі як феромарганець марки ФМн78) з питомою густиною близькою до густини розплаву сталі. Проте вплив на гідродинаміку розплаву в ковші добавок з питомою густиною відмінною від густини розплаву сталі залишився не вивченим.

Мета дослідження

Розвиток математичної моделі гідродинамічних та масопереносних процесів в період колективного введення шматкових добавок (далі - добавок) з різноманітними питомими густинами в ківш, яка б враховувала їх динамічний вплив на гідродинамічні та масопереносні процеси в ковші; комп'ютерна реалізація розробленої моделі; виконання за її допомогою розрахунків з метою оцінки впливу як кількості матеріалів, що вводяться, так і їх питомих густин на гідродинаміку розплаву в ковші.

Математична модель

В даній роботі розвинуто математичну модель, створену в роботі [6], в напрямку врахування відмінності питомих густин матеріалів, що вводяться, від питомої густини розплаву, який в даному випадку виступає у якості несучої рідини. В результаті відмінності питомих густин, динаміка фази легуючої добавки буде відмінною від динаміки розплаву: добавка буде колективно (в нашому підході колективного опису динаміки суспензії [7]) рухатися з відмінними від розплаву швидкостями. Така математична модель була представлена в доповіді [8]. В цій роботі ми використовуємо спрощений варіант цієї моделі, нехтуючи відмінністю інерційних властивостей добавок і розплаву сталі, враховуючи лише основну складову взаємодії фаз, а саме силу опору, яка виникає при русі частинок добавки відносно розплаву. Це визначає швидкість спливання (або занурення) частинок добавок відносно розплаву \vec{w}_b^c , яку ми вважатимемо емпіричним параметром, що залежить від відносних питомих густин добавок і розплаву, а також розміру частинок добавок. Всі інші припущення моделі, представленої в роботі [6], залишаються в силі.

Таким чином, в основу нашої моделі покладені наступні рівняння:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla}\tilde{p} + \nu_e\Delta\vec{v} - [\alpha + (1-x)\beta]\vec{g} + \vec{f}, \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \psi_a + \psi_b, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [\alpha (\vec{v} + \vec{w}_a^c)] = \vec{\nabla} \cdot (D_a \vec{\nabla} \alpha) + \psi_a, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [\beta (\vec{v} + \vec{w}_b^c)] = \vec{\nabla} \cdot (D_b \vec{\nabla} \beta) + \psi_b, \quad (4)$$

де \vec{v} - барицентрична швидкість середовища; t - час процесу; α та β - коефіцієнт об'ємного газозміщення та об'ємна густина твердої фази (добавок) в середовищі; x відношення питомих густин добавок та розплаву сталі; \tilde{p} - динамічна складова тиску, нормованого на питому густину розплаву; \vec{g} - прискорення вільного падіння; \vec{f} - об'ємна густина сил, що виникають внаслідок імпульсного впливу добавок в період їх введення; ψ_a та ψ_b - об'ємні густини джерел газової та твердої дисперсних фаз в місці донної фурми та на поверхні розплаву в місці подачі добавок відповідно; \vec{w}_a^c та \vec{w}_b^c - колективні швидкості, а D_a та D_b - ефективні коефіцієнти турбулентної дифузії газової, та фаз легуючої добавки відповідно;

$$\nu_e = \nu + \Delta l |v| / \text{Re}_\Delta \quad (5)$$

ефективний коефіцієнт турбулентної кінематичної в'язкості у двопараметричній моделі турбулентності з параметрами: ν - ізотропною ефективною в'язкістю і Re_Δ - сітковим числом Рейнольдса на сітці з кроком Δl . В розрахунках, як завжди, приймається: $D_a = D_b = \nu_e$. Величина об'ємної густини сил визначається за формулою:

$$\vec{f} = \mu \vec{V}_m / \Omega_b, \quad (6)$$

де $\mu = \frac{dm}{dt}$ - це маса добавок, які подаються в одиницю часу зі швидкістю V_m , Ω_b - об'єм розплаву, в якому імпульс добавок, що подаються, передається середовищу.

Так же, як і в роботі [6], рівняння (1) – (4) розв'язуються чисельно методом розщеплення за фізичними факторами [7] у тривимірному просторі у циліндричних координатах. Вибір граничних умов також описано в роботі [6].

Через місце на поверхні дзеркала металу, куди вводяться добавки, відбувається динамічний вплив струменю добавок. Згідно (6), струмінь

добавок буде передавати в об'єм розплаву імпульс $\mu \vec{V}_m$, що призведе до зміни барицентричної швидкості поверхні розплаву \vec{v}_m , величину якої можна знайти з закону збереження імпульсу $\mu V_m = (v_m S_m \rho) v_m$, звідки слідує:

$$v_m = \sqrt{\mu V_m / (S_m \rho)}. \quad (7)$$

Тут S_m - величина поверхні розплаву через яку вводяться добавки, ρ - густина середовища, а в дужки у попередній формулі виділено потік маси середовища через поверхню S_m . Отже на поверхні S_m треба задавати швидкість \vec{v}_m у якості граничної.

Граничні умови для об'ємної густини β фази легуючої добавки на поверхні S_m , задаються виходячи з закону збереження маси:

$\mu = \beta_m \rho_b^0 v_m S_m$, де β_m - значення β на поверхні S_m , отже:

$$\beta_m = \mu / (\rho_b^0 v_m S_m). \quad (8)$$

Представлена модель програмно реалізована на мові C#. Одержані чисельні результати оброблялися і візуалізувалися за допомогою мови Python.

Результати дослідження. Обговорення

З використанням розробленої моделі було проведено серію розрахунків для 250 т ковша, що продувався через дві донні фурми, а також 60 т ковша з однією продувною фурмою. Тут ми наводимо результати розрахунків для 60 т ковша, на прикладі якого більш наочно ілюструються особливості запропонованої моделі. Ківш прийнято циліндричним з радіусом 1,12 м і висотою 2,2 м. Донна продувна фурма розташована на радіусі 0.56 м від вертикальної осі ковша з азимутальною координатою 80° . Місце вводу добавки на поверхню рідкого металу було при значенні радіальної координати 0.934 і азимутальної - 285° . Введення добавки здійснювали з висоти 3м. Для більш наочного виявлення в розрахунках динамічного впливу добавки і перевірки стійкості розрахунків в екстремальних умовах її кількість було обрано досить значною: одноразово ≈ 200 кг. Розрахунки вели при витратах аргону 100 л/хв, які застосовуються на практиці при обробці металу на УКП. Вплив маси добавки, що вводиться, на гідродинамічний стан ванни оцінювали по швидкостям потоків металу (зокрема вертикальної складової) у момент вводу останньої.

Для оцінки гідродинамічної картини, яка встановлюється в ковші під дією газу, що подається через донну фурму, було обрано три

вертикальні розрізи ковша, які проходять через його вісь, а також: 1-й, по осі фурми (при куті 80°), 2-й приблизно між фурмою і місцем введення матеріалів (при куті $=0$), і 3-й – в місці введення добавок (при куті 285°). У цих розрізах, та й усіх подальших рисунках, стрілки вказують напрямки руху розплаву, причому більш світлі стрілки вказують на більші за величиною швидкості (чисельні значення їх на рисунку не наводимо, щоб не затуманити аналіз якісної картини руху). На 1-му з цих розрізів спостерігаємо п्लум, що утворюється над фурмою і забезпечує формування потужного вихору біля поверхні розплаву. Цей вихор має тороїдальну форму і, як можна побачити на 2-му і 3-му розрізах, простирається до місця введення добавок, утворюючи там низхідні потоки розплаву, що, очевидно, сприяє ефективності введення добавок. Що стосується газової фази, то вона не розповсюджується далі за межі п्लуму, утворюючи на поверхні, як видно з останньої схеми на рис. 1, «slag eye».

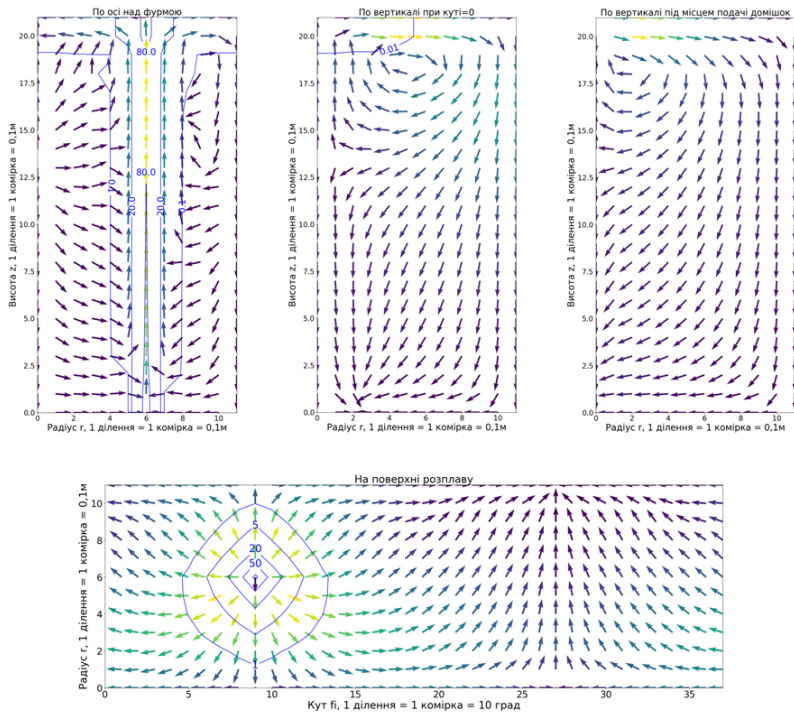


Рисунок 1 – Гідродинамічна картина у ковші до початку введення матеріалів. Ізолініями показані об'ємні концентрації газової фази в %

На наступних 3-х рисунках подані поля швидкостей і концентрацій

дисперсних фаз легуючої добавки в різні моменти часу для 3-х домішок: з питомою густиною вищою за розплав сталі (рис. 2), рівною їй (рис. 3), і меншою за неї (рис. 4), що враховано у завданні величин дифузійних швидкостей добавок \bar{w}_b^c , у 1-му випадку $-0,2$ м/с, у 2-му 0 м/с, а у 3-му $+0,2$ м/с. Ізолініями на цих рисунках показані поля відносної об'ємної концентрації фаз легуючих добавок.

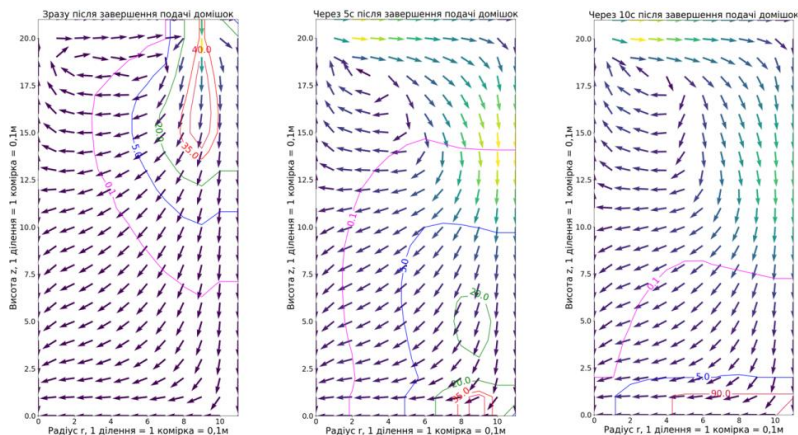


Рисунок 2 – Поля швидкостей і концентрацій фази легуючої добавки з $w_b^c = -0,2$ м/с.

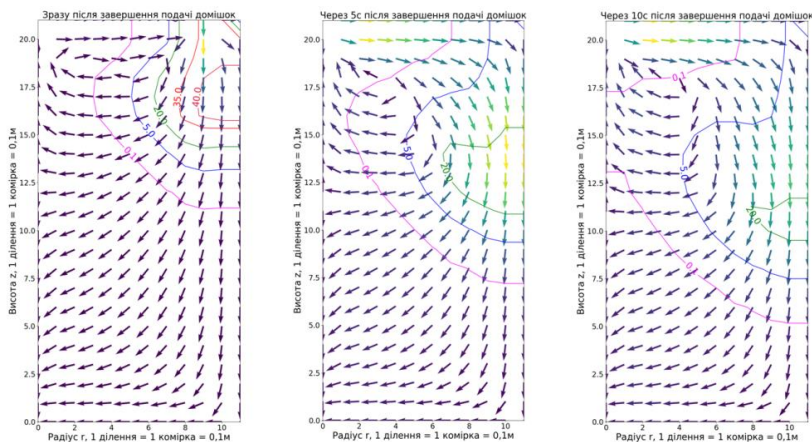


Рисунок 3 – Поля швидкостей і концентрацій фази легуючої добавки з $w_b^c = 0$ м/с

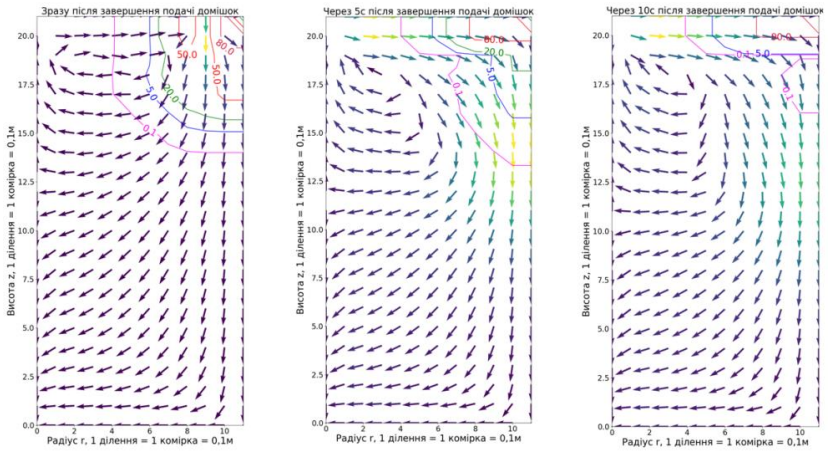


Рисунок 4 – Поля швидкостей і концентрацій фази легуючої добавки з $w_b^c = 0,2\text{м/с}$

Аналіз цих рисунків показує, що при колективному введенні добавок поле швидкостей середовища в місті їх введення, в результаті імпульсного впливу маси добавок, локально суттєво змінюється, причому ця зміна не залежить від питомої густини добавки, а визначається виключно масою її порції. Проте під впливом газового струменя розплаву досить швидко (приблизно через 10с) відновлюється. Проте за час подачі добавки з більшою питомою густиною встигають проникнути глибше у розплав і в подальшому осідають на дні ковша (рис. 2), в той час як добавки з меншою питомою густиною спливають на поверхню розплаву (рис. 4). Розташування їх на поверхні розплаву можна простежити на рис. 5.

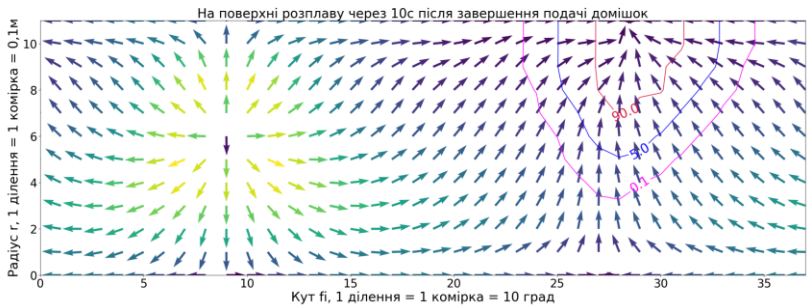


Рисунок 5 – Поля швидкостей і концентрацій фази легуючої добавки з $w_b^c = 0,2\text{ м/с}$

Завважило, що в даній роботі вивчалась виключно динаміка добавок, що вводяться, і процеси їх засвоєння (плавлення чи розчинення) не розглядалися.

Висновки

1. Виконано розвиток математичної моделі гідродинамічних та масопереносних процесів в період колективного введення шматкових добавок на випадок врахування різних питомих густин добавок.

2. В середовищі Visual Studio 2022 на мові C# виконано програмну реалізацію даної моделі. Для візуалізації розрахунків використано мову Python і можливості штучного інтелекту з сервісів ChatGPT, Gemini, Grok за допомогою яких, також, було зроблено огляд літератури.

3. З використанням розробленого програмного забезпечення проведено серію розрахунків процесу, що розглядається, які дозволили зробити оцінку впливу питомої густини матеріалів, що подаються, на гідродинаміку розплаву в ковші та подальший масоперенос добавок.

4. Встановлено, що відмінність питомих густин добавок веде до різниці характеристик їх розташування після введення, що впливає на характер їх подальшої динаміки в ковші.

Дану модель планується розвинути у напрямку врахування процесів плавлення, або розчинення добавок з різними питомими густинами та різними теплофізичними характеристиками.

Перелік посилань

1. Gas–Stirring Mixing in Steelmaking Ladles: A review / Liu X., Li B., Zhang L., Yang Y. // Metallurgical and Materials Transactions B. 2018, Vol 49. No. 2. P. 477–495.

2. CFD Predictions for Mixing Times in an Elliptical Ladle Using Single- and Dual-Plug Configurations / Tiwari, R., Girard, B., Labrecque, C., Isac, M.M., Guthrie, R.I.L. // Processes. 2023. No. 11, 1665.

3. Physical and Mathematical Modelling of Mass Transfer in Ladles due to Bottom Gas Stirring: A Review / Conejo A. N. // Processes. 2020. No. 8, 750.

4. Вплив кількості добавки на тепловий стан металевої ванни у ківші / Самохвалов С. Є., Піптюк В. П., Греков С. В. // Сучасні проблеми металургії, Наукові вісті. 2025. № 28. С.201- 212.

5. Effect of Melt Superheat and Alloy Size on the Mixing Phenomena in Argon-Stirred Steel Ladles / Duan H., Zhang L., & Brian G. T. // Steel Research Int. 2019. Vol. 90, 1800288.

6. Вплив кількості добавки на гідродинаміку металевої ванни у ковші / Самохвалов С. Є., Піптюк В. П., Греков С. В. // Фундаментальні та прикладні проблеми чорної металургії. 2023, Вип. 37. С. 231-245.

7. Математичне моделювання теплофізичних процесів у багатозонних середовищах / Огурцов А. П., Самохвалов С. Є. // К.: Наукова думка, 2001. 412 с.

8. Математичне моделювання тепломасопереносних процесів у ковші при введенні добавок з відмінною від рідкої сталі густиною / Самохвалов С.Є.,

Піптюк В.П., Греков С.В. // Збірник тез Всеукраїнської науково-методичної конференції «Проблеми математичного моделювання» (27 - 28 травня 2025 року, м. Кам'янське), ДДТУ, 2025. С. 126.

References

1. Liu, X., Li, B., Zhang, L., & Yang, Y. (2018). Gas–Stirring Mixing in Steelmaking Ladles: A Review. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 49(2), 477–495.
2. Tiwari, R., Girard, B., Labrecque, C., Isac, M. M., & Guthrie, R. I. L. (2023). CFD Predictions for Mixing Times in an Elliptical Ladle Using Single- and Dual-Plug Configurations. *Processes*, 11, 1665.
3. Conejo, A. N. (2020). Physical and Mathematical Modelling of Mass Transfer in Ladles due to Bottom Gas Stirring: A Review. *Processes*, 8, 750.
4. Samokhvalov, S. Y., Piptyuk, V. P., & Grekov, S. V. (2025). Effect of Additive Quantity on the Thermal State of the Metal Bath in a Ladle. *Modern Problems of Metallurgy, Scientific Bulletin*, (28), 201–212.
5. Duan, H., Zhang, L., & Brian, G. T. (2019). Effect of Melt Superheat and Alloy Size on the Mixing Phenomena in Argon-Stirred Steel Ladles. *Steel Research International*, 90, 1800288.
6. Samokhvalov, S. Y., Piptyuk, V. P., & Grekov, S. V. (2023). Effect of Additive Quantity on the Hydrodynamics of the Metal Bath in a Ladle. *Collection of Scientific Works of the Institute of Ferrous Metallurgy, NASU: Fundamental and Applied Problems of Ferrous Metallurgy*, (37), 231–245.
7. Ogurtsov, A. P., & Samokhvalov, S. Y. (2001). *Mathematical Modeling of Thermophysical Processes in Multiphase Media*. Kyiv: Naukova Dumka, 412 p.
8. Samokhvalov, S. Y., Piptyuk, V. P., & Grekov, S. V. (2025). Mathematical Modeling of Heat and Mass Transfer Processes in a Ladle with Additives of Different Density from Liquid Steel. *Abstracts of the All-Ukrainian Scientific and Methodological Conference "Problems of Mathematical Modeling" (May 27–28, 2025, Kamianske)*, DDTSU, 126.

S. Ye. Samokhvalov¹, D. Sc. (Tech.), Professor, ORCID 0000-0002-7362-213X

V. P. Piptyuk¹, Ph. D. (Tech.), Senior Researcher, ORCID 0000-0002-2915-1756

S. V. Grekov^{1,*}, Researcher, ORCID 0000-0003-2849-0999

¹ *Iron and Steel Institute of Z. I. Nekrasov National Academy of Sciences of Ukraine*

* *Corresponding author: gsv4321@i.ua*

MATHEMATICAL MODELING OF THE DYNAMICS OF ADDITIVES WITH DIFFERENT SPECIFIC DENSITIES DURING THEIR COLLECTIVE INTRODUCTION INTO THE LADLE

Abstract. The work develops a mathematical model of hydrodynamic and mass transfer processes in ladles during the collective introduction of lump additives into the metal melt in a ladle-furnace unit (LFU), which takes into account the difference in their specific densities. The model was implemented in C# using Visual Studio 2022. Python and the artificial intelligence capabilities of the ChatGPT, Gemini, and

Grok services were used to visualize the calculations. Using the developed software, a series of process calculations were performed, which allowed us to assess the influence of the specific density of the fed materials on the hydrodynamics of the melt in the ladle on the LFU and the subsequent mass transfer of additives. It was found that differences in the specific densities of the additives lead to differences in the characteristics of their distribution after introduction, which affects the nature of their subsequent dynamics in the ladle.

Keywords: quantity of additive material, hydrodynamics of liquid metal bath.

For citation: Samokhvalov, S. Ye., Piptyuk, V. P., & Grekov, S. V. (2026). Mathematical modeling of the dynamics of additives with different specific densities during their collective introduction into the ladle. *Fundamental and applied problems of ferrous metallurgy*, 40, 454-464. <https://doi.org/10.52150/2522-9117-2026-40-027>

Рукопис надійшов до редакції / Received 27.10.2025

Рекомендовано до друку / Accepted 28.05.2026

Опубліковано / Published 30.05.2026