

МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНОГО ПРОЦЕСУ ВРІВНОВАЖЕНОГО КОЛОСНИКОВОГО ГРОХОТА- ПЕРЕВАНТАЖУВАЧА ПІД ДІЄЮ УДАРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Анотація. У роботі досліджено динамічну поведінку врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача у нестационарному режимі, що виникає під час падіння крупного шматка матеріалу на робочу поверхню. Актуальність дослідження зумовлена тим, що у перевантажувальних пунктах конвеєрних ліній ударні дії від гірничої маси накладаються на вимушені коливання робочих органів і можуть спричинити зростання амплітуд, появу кутових коливань та збільшення навантажень на опорну систему. Метою роботи є моделювання перехідного процесу врівноваженого грохота-перевантажувача під дією ударного навантаження та оцінювання здатності системи повертатися до сталого режиму вимушених коливань після імпульсного збурення. Математична модель побудована на основі рівнянь Лагранжа другого роду з урахуванням масово-інерційних характеристик колосників, жорсткісно-демпфувальних параметрів пружних опор і гармонічного збудження від ексцентрикового привода. Удар падаючого шматка матеріалу подано як короткочасну абсолютно непружну взаємодію, що задається через зміну початкових швидкостей системи. Чисельний аналіз виконано для шматка масою 500 кг, який падає з висоти 5 м і має поздовжню складову швидкості 5 м/с. Встановлено, що у поздовжньому напрямку початкова швидкість системи після удару становить приблизно 0,654 м/с. У вертикальній площині швидкість падіння матеріалу дорівнює 9,90 м/с, а початкова швидкість середнього колосника становить близько 2,29 м/с. Показано, що після удару в системі формується затухаючий перехідний процес з накладанням власних і вимушених коливань. Початкова сумарна амплітуда переміщень центрів тяжіння колосників становить 44-46 мм, а після згасання вільної складової зменшується до усталених коливань з амплітудою близько 5 мм. Максимальна початкова амплітуда поворотних коливань не перевищує 0,022 рад і з часом знижується до рівня вимушених коливань. Отримані результати підтверджують обмежений характер одиничного ударного збурення та можуть бути використані для оцінювання допустимих ударних

навантажень, вибору параметрів пружних опор і перевірки динамічної стійкості грохотів-перевантажувачів.

Ключові слова: грохот-перевантажувач, ударне навантаження, перехідний процес, падаючий шматок матеріалу, ексцентриковий привод, динамічна стійкість.

Посилання для цитування: Гавриленко С. С. Моделювання перехідного процесу врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача під дією ударного навантаження. *Фундаментальні та прикладні проблеми чорної металургії*. 2026. Вип. 40. С. 261-271. <https://doi.org/10.52150/2522-9117-2026-40-017>

Вступ

Грохоти-перевантажувачі у технологічних лініях відкритих гірничих робіт працюють в умовах нерівномірного надходження матеріалу. Особливо небезпечними є режими падіння одиничних крупних шматків гірничої маси, коли на робочу поверхню передається короткочасний імпульс великої інтенсивності. Такий режим не є стаціонарним: він накладається на вимушені коливання, що створюються ексцентриковим приводом, і може викликати зростання амплітуд, кутові коливання робочих органів та збільшення навантажень на опори.

Для врівноважених вібраційних машин важливо не тільки забезпечити необхідну амплітуду у сталому режимі, але й перевірити, чи зберігається стійкість після короткочасного імпульсного збурення. Якщо перехідний процес швидко згасає, а система повертається до робочих вимушених коливань, конструктивна схема може вважатися динамічно стійкою щодо одиничних ударних дій.

Метою роботи є моделювання перехідного процесу врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача під дією ударного навантаження від падаючого шматка матеріалу та оцінювання параметрів повернення системи до сталого режиму.

Постановка задачі та основні припущення

Розглядається врівноважений колосниковий грохот-перевантажувач із трьома колосниками, зв'язаними ексцентриковим приводом. Середній колосник рухається у протифазі відносно крайніх, що відповідає раніше запропонованій розрахунковій схемі врівноваженого грохота-перевантажувача [1]. Пружна система утворена передніми та задніми гумометалевими опорами, які враховуються у моделі через еквівалентні жорсткості та дисипативні властивості.

Для аналізу ударної дії прийнято такі припущення:

- коливання елементів конструкції є малими, тому

використовується лінійна модель;

- жорсткісні характеристики опор є лінійними у розрахунковому діапазоні переміщень;
- дисипація енергії описується еквівалентним коефіцієнтом демпфування μ ;
- удар падаючого шматка матеріалу у першому наближенні вважається абсолютно непружним;
- час контакту є малим порівняно з періодом власних коливань системи;
- розглядається симетричний випадок падіння шматка матеріалу на середній колосник у районі його центра тяжіння.

Такі припущення дозволяють описати удар не як окремий контактний процес, а як миттєву зміну початкових умов у системі диференціальних рівнянь руху [2, 3].

Математична модель

Динамічна модель грохота-перевантажувача сформована на основі рівнянь Лагранжа II роду, які доцільно застосовувати для опису багатомасових коливальних систем із пружними та дисипативними зв'язками [4, 5]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i, \quad (1)$$

де T - кінетична енергія системи; Π - потенційна енергія системи; D - дисипативна функція, що описує втрати енергії в системі, наприклад, через тертя або в'язкий опір; i - номер узагальненої координати; q_i - узагальнена координата, що описує конфігурацію системи; \dot{q}_i - узагальнена швидкість, похідна узагальненої координати за часом, описує, як швидко змінюється узагальнена координата; Q_i - узагальнена сила, що діє на систему, відповідна узагальненій координаті.

У вертикально-кутовій площині стан системи описується вектором узагальнених координат

$$q(t) = [y_0(t) \ \varphi_0(t) \ \varphi_1(t) \ \varphi_2(t) \ \varphi_3(t)]^T, \quad (2)$$

де y_0 - вертикальне переміщення приводного вузла; φ_0 - кутовий поворот привода; φ_1 , φ_2 , φ_3 - кутові координати відповідно лівого, середнього та правого колосників.

У компактному матричному вигляді система рівнянь руху може

бути подана як

$$M\ddot{q} + B\dot{q} + Cq = F(t), \quad (3)$$

де M - матриця мас і моментів інерції; B - матриця демпфування; C - матриця жорсткості; $F(t)$ - вектор гармонічного збудження від ексцентрикового привода.

Сумарні маси колосників із підшипниковими вузлами визначаються як

$$m_1 = m_{k1} + m_{n1}, \quad m_2 = m_{k2} + m_{n2}, \quad m_3 = m_{k3} + m_{n3}. \quad (4)$$

де m_1, m_2, m_3 - сумарні маси відповідно лівого, середнього та правого колосників із підшипниковими вузлами, кг; m_{k1}, m_{k2}, m_{k3} - маси відповідних колосників, кг; m_{n1}, m_{n2}, m_{n3} - маси відповідних підшипникових вузлів, кг.

Формування початкових умов ударного збурення

Базовий розрахунковий випадок відповідає падінню одиничного шматка матеріалу масою $m_0 = 500$ кг з висоти $h = 5$ м. Поздовжня складова швидкості, пов'язана з рухом стрічки конвеєра, приймається $V_{x0} = 5$ м/с.

Початкова швидкість поступального руху системи у поздовжньому напрямку після непружного удару визначається законом збереження імпульсу:

$$v_{x0} = \frac{m_0 V_{x0}}{m_0 + m_1 + m_2 + m_3}. \quad (5)$$

Підстановка вихідних даних у (5) дає $v_{x0} = 0,654$ м/с.

Вертикальна швидкість падіння шматка матеріалу визначається за співвідношенням

$$V_{0y} = \sqrt{2gh}. \quad (6)$$

Для $h = 5$ м отримуємо $V_{0y} = 9,9$ м/с.

Початкова швидкість середнього колосника в центрі тяжіння за прийнятою схемою непружної взаємодії визначається як

$$v_{k2y} = \frac{m_0 V_{0y}}{m_0 + m_2} \quad (7)$$

і для заданих параметрів складає $v_{k2y} = 2,29$ м/с.

Частину імпульсу у першому наближенні віднесено до вертикального переміщення приводного вузла та повороту середнього колосника:

$$v_{y0} = 0,5 \cdot v_{k2y}, \quad v_{\varphi2} = 0,5 \cdot \frac{v_{k2y}}{L_{02}}, \quad (8)$$

де v_{y0} - початкова вертикальна швидкість приводного вузла після удару, м/с; $v_{\varphi2}$ - початкова кутова швидкість середнього колосника, рад/с; v_{k2y} - початкова вертикальна швидкість середнього колосника, м/с; L_{02} - плече від осі повороту середнього колосника до його центра тяжіння, м.

Відповідно початкові умови для чисельного інтегрування мають вигляд

$$y_0(0) = 0, \quad \dot{y}_0(0) = v_{y0}; \quad \varphi_0(0) = 0, \quad \dot{\varphi}_0(0) = 0; \quad (9a)$$

$$\varphi_1(0) = 0, \quad \dot{\varphi}_1(0) = 0; \quad \varphi_2(0) = 0, \\ \dot{\varphi}_2(0) = v_{\varphi2}; \quad \varphi_3(0) = 0, \quad \dot{\varphi}_3(0) = 0. \quad (9b)$$

Результати чисельного моделювання

У поздовжньому напрямку ударне збурення викликає затухаючий перехідний процес, який накладається на вимушені коливання від привода. Такий характер руху є типовим для вібраційних грохотів, у яких робочий режим формується під дією періодичного збурення від вібропривода, а перехідні та резонансні режими таких систем розглядаються у роботах [6-8]. На початковій стадії домінує вільна складова, а після її згасання рух визначається переважно робочою частотою ексцентрикового привода. Перехідний процес у поздовжньому напрямку після падіння шматка матеріалу масою 500 кг наведено на рис. 1.

Розрахункова осцилограма показує, що у поздовжньому напрямку за прийнятої ідеалізованої імпульсної постановки виникають значні затухаючі переміщення. Це значення слід розглядати як оцінку несприятливого розрахункового випадку, оскільки в реальній машині частина енергії удару поглинається шаром матеріалу, локальними деформаціями, контактними втратами та додатковими опорами.

У вертикально-кутовій площині після падіння матеріалу на середній колосник переміщення привода вздовж осі у спочатку досягають приблизно 40 мм, після чого швидко зменшуються. Кутові

коливання привода практично не розвиваються, оскільки удар прикладається симетрично відносно системи.

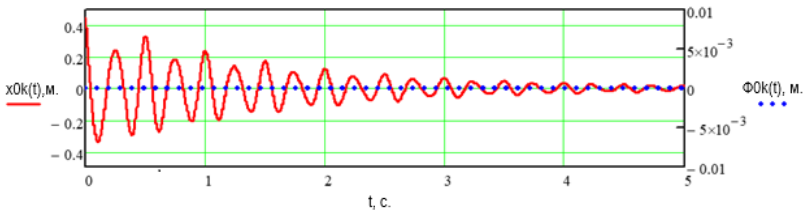


Рисунок 1 - Перехідний процес у поздовжньому напрямку після падіння шматка матеріалу масою 500 кг.

Позначення: $x_{0k}(t)$ - поздовжнє переміщення приводного вузла, м ;
 $\Phi_{0k}(t)$ - кутовий поворот приводного вузла, рад; t - час, с

Поворотні коливання колосників у початковий момент мають багаточастотний характер. Максимальна початкова амплітуда становить приблизно 0,022 рад, а після згасання вільної складової зменшується до амплітуди вимушених коливань близько 0,0033 рад. Стабілізацію поворотних коливань колосників після ударного збурення показано на рис. 2.

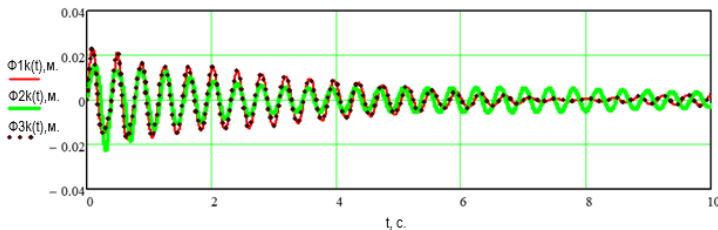


Рисунок 2 - Стабілізація поворотних коливань колосників після ударного збурення.

Позначення: $\Phi_{1k}(t)$, $\Phi_{2k}(t)$, $\Phi_{3k}(t)$ - кутові переміщення відповідно лівого, середнього та правого колосників, рад ; t - час, с

Лінійні переміщення центрів тяжіння колосників визначаються залежностями:

$$y_{01k}(t) = Y_{0k}(t) + b \cdot \varphi_{0k}(t) + r \cdot \cos(\omega t + \pi), \quad (10a)$$

$$y_{02k}(t) = Y_{0k}(t) + r \cdot \cos(\omega t), \quad (10b)$$

$$y_{03k}(t) = Y_{0k}(t) - b \cdot \varphi_{0k}(t) + r \cdot \cos(\omega t + \pi), \quad (10c)$$

де $y_{01k}(t)$, $y_{02k}(t)$, $y_{03k}(t)$ - вертикальні переміщення центрів тяжіння

відповідно лівого, середнього та правого колосників, м; $Y_{0k}(t)$ - вертикальне переміщення приводного вузла, м; $\varphi_{0k}(t)$ - кутовий поворот приводного вузла, рад; b - відстань від осі симетрії до відповідного колосника, м; r - радіус ексцентриситету привода, м; ω - кутова швидкість привода, рад/с; t - час, с.

Осцилограми переміщень центрів тяжіння показують накладання власної та вимушеної частот. Початкова сумарна амплітуда становить 44 - 46 мм, після чого вільна складова поступово згасає. У сталому режимі в центрах тяжіння колосників залишаються вимушені коливання з амплітудою близько 5 мм.

Початкову стадію переміщення центра тяжіння крайнього колосника наведено на рис. 3. Відповідну осцилограму для середнього колосника наведено на рис. 4.

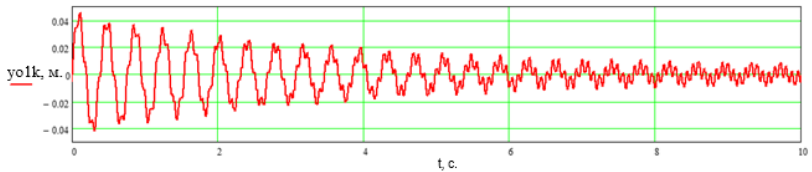


Рисунок 3 - Осцилограма початкової стадії переміщення в центрі тяжіння крайнього колосника

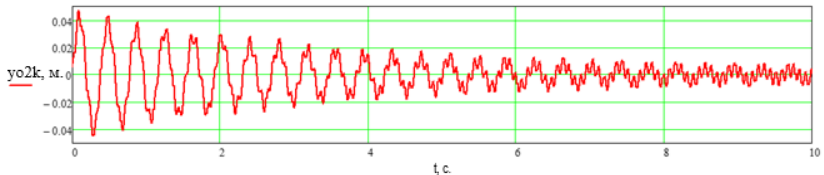


Рисунок 4 - Осцилограма початкової стадії переміщення в центрі тяжіння середнього колосника

Порівняння переміщень центрів тяжіння колосників у початковий період після падіння великого шматка матеріалу показано на рис. 5.

Аналіз часових залежностей показує, що після дії ударного навантаження в системі формується виражений перехідний процес. У початковий момент спостерігається збільшення переміщення привода у вертикальному напрямку до 40 мм, тоді як сумарна амплітуда коливань центрів тяжіння колосників досягає приблизно 44-46 мм. Надалі вільна складова руху поступово згасає під дією демпфування, і система переходить до режиму вимушених коливань, зумовлених роботою ексцентрикового привода.

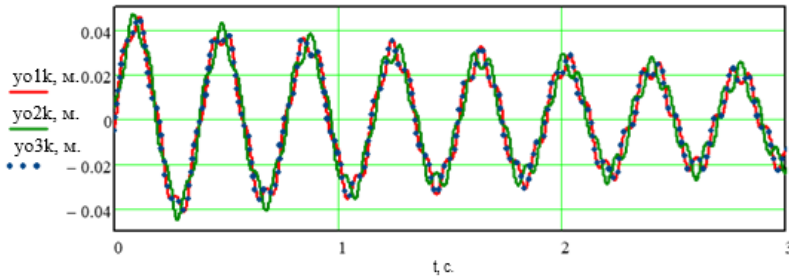


Рисунок 5 - Осцилограма переміщення центру тяжіння колосників у початковий період після падіння великого шматка матеріалу

Обговорення результатів

Отримані результати підтверджують, що падіння великого шматка матеріалу не змінює принципового характеру роботи врівноваженого грохота-перевантажувача, але викликає короточасний перехідний процес. У початковий момент після удару в системі одночасно присутні вільні коливання, зумовлені імпульсом, і вимушені коливання, зумовлені роботою привода.

Важливим результатом є практична відсутність значних кутових коливань привода. Це означає, що симетрична схема падіння на середній колосник не викликає істотного розбалансування приводного вузла. Основний динамічний відгук реалізується у колосниках, а не в основі машини.

Зменшення початкової амплітуди коливань до рівня вимушеного режиму свідчить про достатню дисипативну здатність пружної системи. Після завершення перехідного процесу рух набуває впорядкованого одночастотного характеру, що відповідає робочій частоті привода. Саме ця ознака є критерієм динамічної стійкості конструкції за одиничної ударної дії.

Разом з тим, розрахункові величини максимальних переміщень у поздовжньому напрямку потребують інтерпретації з урахуванням прийнятих припущень. Абсолютно непружна і миттєва передача імпульсу є спрощенням, яке дає верхню інженерну оцінку збурення. Для остаточної верифікації моделі доцільно зіставити результати з експериментальними даними для масштабної моделі або натурального вузла.

Висновки

1. Запропоновано розрахункову постановку аналізу перехідного процесу врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача під

дією ударного навантаження від падаючого шматка матеріалу.

2. Ударну взаємодію у першому наближенні подано як миттєву зміну початкових умов. Для шматка масою 500 кг, що падає з висоти 5 м, вертикальна швидкість падіння становить $V_{0y} \approx 9,90$ м/с, а початкова швидкість середнього колосника $v_{k2y} \approx 2,29$ м/с.

3. У поздовжньому напрямку початкова швидкість системи після удару становить $v_{x0} \approx 0,654$ м/с. Подальший рух має затухаючий характер і визначається взаємодією власних та вимушених коливань.

4. У вертикальній площині початкова сумарна амплітуда переміщень центрів тяжіння колосників становить 44-46 мм, а після згасання вільної складової зменшується до усталених вимушених коливань з амплітудою близько 5 мм.

5. Максимальна початкова амплітуда поворотних коливань колосників не перевищує 0,022 рад і з часом зменшується до рівня вимушених коливань. Це підтверджує, що дія одиничного великого шматка матеріалу має короткочасний характер і не порушує стійкий робочий режим врівноваженого грохота-перевантажувача.

6. Запропонована модель може бути використана для оцінювання допустимих ударних навантажень, вибору параметрів амортизаторів і перевірки стійкості грохотів-перевантажувачів у нестационарних режимах.

Перелік посилань

1. Франчук В. П., Анциферов О. В., Гавриленко С. С. Динаміка врівноваженого грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом. Збірник наукових праць НГУ. 2025. № 80. С. 177-189. <https://doi.org/10.33271/crpnmu/80.177>.

2. Василенко М. В., Алексейчук О. М. Теорія коливань і стійкості руху. Київ: Вища школа, 2004. 525 с.

3. Веселовська Н. Р. Моделювання робочих режимів вібраційних та віброударних машин. Вібрації в техніці та технологіях. 2019. № 1(104). С. 10-17.

4. Дмитрієв В. Т., Берегуляк С. Т., Сьомак М. А. Модель двомасової коливної системи з паралельними пружними і демпфуючими елементами. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 2023. № 57. С. 5-12.

5. Стоцько З. А., Топільницький В. Г., Кусий Я. М., Ребот Д. П. Математична модель дослідження динаміки вібраційного сепаратора з послідовним розміщенням сит. Вібрації в техніці та технологіях. 2018. № 2(89). С. 49-57.

6. Яцун В. В., Почужевський О. Д., Тищенко В. Ю. Імітаційне моделювання роботи вібраційного грохота, що працює в резонансному режимі. Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. 2021. № 2. С. 50-57.

7. Feliks J., Tomach P., Foszcz D., Gawenda T., Olejnik T. Research on the new drive of a laboratory screen with rectilinear vibrations in transient states. Energies.

2021. Vol. 14, No. 24. Article 8444. <https://doi.org/10.3390/en14248444>.

8. Franchuk V., Antsiferov O., Shkut A. Dynamics of a vibrating screen with two motor-vibrators. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2024. Vol. 1348. Article 012063. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1348/1/012063>.

References

1. Franchuk, V. P., Antsyferov, O. V., & Havrylenko, S. S. (2025). Dynamika vrinovazhenoho hrokhota-perevantazhuvacha z ekstsentrykovym pryvodom [Dynamics of a balanced screen-loader with an eccentric drive]. Zbirnyk naukovykh prats Natsionalnoho hirnychoho universytetu, 80, 177-189. <https://doi.org/10.33271/crpnmu/80.177>

2. Vasylenko, M. V., & Alekseichuk, O. M. (2004). Teoriia kolyvan i stiikosti rukhu [Theory of oscillations and stability of motion]. Kyiv: Vyscha shkola

3. Veselovska, N. R. (2019). Modeliuvannia robochykh rezhymiv vibratsiinykh ta vibroudarnykh mashyn [Modeling of operating modes of vibration and vibro-impact machines]. Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohii, 1(104), 10-17

4. Dmytriiev, V. T., Berehuliak, S. T., & Somak, M. A. (2023). Model dvomasovoi kolyvnoi systemy z paralelnymy pruzhnymy i dempfuiuchymy elementamy [Model of a two-mass oscillatory system with parallel elastic and damping elements]. Avtomatyzatsiia vyrobnychykh protsesiv u mashynobuduvanni ta prykladobuduvanni, 57, 5-12

5. Stotsko, Z. A., Topilnytskyi, V. H., Kusyi, Ya. M., & Rebot, D. P. (2018). Matematychna model doslidzhennia dynamiky vibratsiinoho separatora z poslidovnym rozmishchenniam syt [Mathematical model for studying the dynamics of a vibration separator with sequentially arranged sieves]. Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohii, 2(89), 49-57

6. Yatsun, V. V., Pochuzhevskyi, O. D., & Tyshchenko, V. Yu. (2021). Imitatsiine modeliuvannia roboty vibratsiinoho hrokhota, scho pratsiue v rezonansnomu rezhymi [Simulation modeling of a vibrating screen operating in resonance mode]. Visnyk KNU imeni Tarasa Shevchenka, 2, 50-57

7. Feliks, J., Tomach, P., Foszcz, D., Gawenda, T., & Olejnik, T. (2021). Research on the new drive of a laboratory screen with rectilinear vibrations in transient states. Energies, 14(24), 8444. <https://doi.org/10.3390/en14248444>

8. Franchuk, V., Antsiferov, O., & Shkut, A. (2024). Dynamics of a vibrating screen with two motor-vibrators. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 1348, 012063. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1348/1/012063>

S. S. Havrylenko^{1,*}, Ph. D. Student, ORCID 0000-0003-0432-9623

¹ Dnipro University of Technology

* Corresponding author: Havrylenko.St.S@nmu.one

SIMULATION OF THE TRANSIENT PROCESS OF A BALANCED GRIZZLY SCREEN-RELOADER UNDER IMPACT LOADING

Abstract. The paper investigates the dynamic behavior of a balanced grizzly screen-reloader in a transient operating mode caused by the fall of a large piece of material

onto the working surface. The relevance of the study is determined by the operating conditions of transfer points in conveyor lines, where impact actions from bulk rock mass are superimposed on the forced oscillations of the working members and may lead to increased amplitudes, angular oscillations and higher loads on the support system. The purpose of the study is to simulate the transient process of a balanced screen-reloader under impact loading and to evaluate the ability of the system to return to a steady forced-oscillation mode after an impulsive disturbance. The mathematical model is based on Lagrange equations of the second kind and takes into account the mass-inertia parameters of the grates, the stiffness and damping characteristics of the elastic supports, and the harmonic excitation generated by the eccentric drive. The impact of the falling material piece is represented as a short-term completely inelastic interaction specified through a change in the initial velocities of the system. Numerical analysis is performed for a 500 kg piece falling from a height of 5 m and having a longitudinal velocity component of 5 m/s. It is established that the initial velocity of the system in the longitudinal direction after impact is approximately 0.654 m/s. In the vertical plane, the falling velocity of the material is 9.90 m/s, while the initial velocity of the middle grate is about 2.29 m/s. The results show that after the impact a damped transient process is formed in the system with superposition of free and forced oscillations. The initial total amplitude of the displacements of the centers of gravity of the grates is 44-46 mm, and after decay of the free component it decreases to steady forced oscillations with an amplitude of about 5 mm. The maximum initial amplitude of angular oscillations does not exceed 0.022 rad and decreases with time to the level of forced oscillations. The obtained results confirm the limited character of a single impact disturbance and may be used for estimating allowable impact loads, selecting parameters of elastic supports and checking the dynamic stability of screen-reloaders.

Key words: screen-reloader, impact loading, transient process, falling material piece, eccentric drive, dynamic stability.

For citation: Havrylenko, S. S. (2026). Simulation of the transient process of a balanced grizzly screen-reloader under impact loading. *Fundamental and applied problems of ferrous metallurgy*, 40, 261-271. <https://doi.org/10.52150/2522-9117-2026-40-017>

Рукопис надійшов до редакції / Received 10.03.2026

Рекомендовано до друку / Accepted 28.05.2026

Опубліковано / Published 30.05.2026