

<https://doi.org/10.52150/2522-9117-2025-39-16>

УДК 539.42:620.191.3:004.942

С. О. Федоряченко^{1,*}, к.т.н. доцент, ORCID 0000-0002-8512-3493**К. А. Зіборов**¹, к.т.н., доцент, ORCID 0000-0002-4828-3762**Д. В. Лаухін**¹, д.т.н., проф., ORCID 0000-0002-9842-499X**О. В. Щукін**², к.т.н. доцент, ORCID 0000-0001-6332-1811**О. В. Орел**², к.т.н. доцент, ORCID 0000-0003-0265-7527**В. М. Король**¹, аспірант, ORCID 0009-0004-6433-1797**Д. В. Гаркавенко**¹, аспірант ORCID 0009-0004-5011-9015¹ Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»² Харківський національний автомобільно-дорожній університет* Автор для листування: fedorachenko.s.o@ntnu.one

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗВИТКУ МІКРОТРИЩИН ЗА УМОВ ІСНУВАННЯ ВНУТРІШНІХ ДЕФЕКТІВ МЕТАЛЕВИХ ВИЛИВКІВ

Анотація. У статті розглянуто проблему формування та розвитку мікрodefектів у литих виробках із металевих сплавів, зокрема мікропористості та мікротріщин, що визначають довговічність і надійність конструкцій. Показано, що мікропорожнини розміром близько 10 мкм важко виявити традиційними методами контролю, проте вони значно знижують опір втомі, пластичність і границі міцності та плинності при розтязі. Просторовий розподіл і морфологія пор визначають механізм зародження тріщин, а їх коалесценція у зонах концентрації напружень пришвидшує руйнування. Узагальнено сучасні методи дослідження – оптичну та електронну мікроскопію, рентгенівську комп'ютерну томографію та морфометричний аналіз, які дають змогу визначати частку пористості, геометрію дефектів і ступінь їхньої зв'язаності. Значущість чисельного моделювання підкреслено на прикладі програмних комплексів типу Thercast, де використання критерію Нійама забезпечує прогнозування пороутворення та оптимізацію параметрів лиття. Особливу увагу приділено впливу адитивних технологій, де поєднання пористості з анізотропією мікроструктури та дефектами неповного проплавлення підвищує чутливість матеріалу до тріщиноутворення. Для чавунів і сталей показано залежність рівня пористості від вуглецевого еквівалента та сфероїдальності графіту, що визначає якість виливків. Запропоновано механіко-математичну модель, яка поєднує положення теорії пружності, лінійної механіки руйнування та вплив мікроструктурних факторів. Уведено ефективні параметри – модуль пружності, границю плинності й тріщиностійкість – з поправками на дефекти, включення

© С. О. Федоряченко, К. А. Зіборов, Д. В. Лаухін, О. В. Щукін, О. В. Орел, В. М. Король, Д. В. Гаркавенко, 2025



Ця стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

та температурно-швидкісні умови. Сформульовано рівняння росту тріщини при динамічному навантаженні, проведено чисельну верифікацію. Отримані результати мають практичне значення для оптимізації лиття й адитивного виробництва та забезпечення надійності конструкцій у критично навантажених системах.

Ключові слова: мікропористість, мікротріщини, литі сплави, механіко-математичне моделювання, критерій Рієса, адитивні технології, тріщиностійкість, Thercast.

Посилання для цитування: Математичне моделювання розвитку мікротріщин за умов існування внутрішніх дефектів металевих виливків / С. О. Федоряченко, К. А. Зіборов, Д. В. Лаухін, О. В. Щукін, О. В. Орел, В. М. Король, Д. В. Гаркавенко // *Фундаментальні та прикладні проблеми чорної металургії*. 2025. Вип. 39. С. 274-284. <https://doi.org/10.52150/2522-9117-2025-39-16>

Вступ

Проблематика формування та розвитку мікрodefектів у литих виробах із металевих сплавів посідає одне з центральних місць у сучасному матеріалознавстві та інженерії [1]. Серед різновидів таких дефектів особливої уваги заслуговує мікропористість, яка виникає на завершальних стадіях твердіння під час кристалізації сплаву та є наслідком недостатнього живлення міждендритних зон [2, 3]. Ці мікропорожнини, які мають характерні розміри від кількох до десятків мікрометрів, важко ідентифікувати традиційними методами контролю, проте вони істотно впливають на експлуатаційні характеристики виробів [3, 4]. Наявність навіть невеликої частки пористості знижує опір втомі, границі міцності та плинності при статичному розтягу, в'язкість та пластичність, що, своєю чергою, зумовлює виникнення локальних концентрацій напружень та ініціювання мікротріщин [5]. Саме взаємодія пористості з процесами тріщиноутворення формує критичну область досліджень, яка має безпосереднє значення для надійності й довговічності металевих конструкцій [6].

Розвиток мікротріщин у литих матеріалах безпосередньо пов'язаний із просторовим розподілом мікропористості, її геометрією та ступенем зв'язаності з матрицею. Тривимірна морфологія дефектів визначає механізм поширення тріщини та формує умови для подальшої фрагментації структури. У випадку локалізації мікропор у зонах із високим рівнем напружень виникають сприятливі умови для їх коалесценції, що прискорює процес руйнування [5].

Методичне підґрунтя для дослідження пористості й мікротріщин охоплює як експериментальні, так і чисельні підходи. На першому етапі якісний аналіз здійснювали із застосуванням оптичної та скануючої електронної мікроскопії, що дозволяють візуалізувати морфологію

дефектів і локальні особливості мікроструктури [1, 2]. Кількісні характеристики визначали за допомогою рентгенівської комп'ютерної томографії та морфометричного аналізу цифрових зображень, які забезпечують побудову тривимірної реконструкції внутрішньої субструктури матеріалу [6]. Це дозволяє візуалізувати об'ємну частку мікропористості, статистику розподілу розмірів мікропор і ступінь їхньої просторової зв'язаності з матрицею, що є необхідним для подальшої побудови математичних моделей [3].

Чисельні методи моделювання, зокрема застосування програмних комплексів типу Thercast, відіграють ключову роль у відтворенні процесів твердіння, живлення та утворення дефектів у литих виробках [7]. Особливе значення має критерій Нійама, який широко застосовується у металургійній практиці як інструмент прогнозування дефектності структури [4, 8]. Цей критерій встановлює залежність схильності матеріалу до пороутворення від співвідношення локального теплового градієнта до квадратного кореня зі швидкості охолодження. Завдяки цьому стає можливим ще на етапі моделювання визначити ділянки підвищеного ризику пороутворення та оптимізувати технологічні параметри лиття для зниження ймовірності утворення дефектів [8].

Проблематика мікропористості та мікротріщин обумовлена також розвитком адитивних технологій виробництва, зокрема методів лазерного плавлення порошкових шарів та спрямованого енергетичного наплавлення. У цих технологіях характерними є дефекти, які пов'язані з неповним проплавленням та формуванням мікропор, які у поєднанні з високими тепловими градієнтами та анізотропною мікроструктурою зумовлюють підвищену чутливість матеріалу до тріщиноутворення. Відтак, питання контролю пористості та тріщинуватості набуває актуальності не лише для традиційного лиття, а й для новітніх виробничих процесів, орієнтованих на створення деталей складної форми з високими вимогами до експлуатаційних характеристик.

У випадку чавуну та сталей, що традиційно використовуються в машинобудуванні, енергетиці та транспорті, контроль мікродефектів є критично важливим. Високоміцний чавун, наприклад, демонструє залежність частки мікропористості від рівня сфероїдальності графіту та вуглецевого еквівалента. Встановлено, що виливки з оптимізованим хімічним складом і контрольованим процесом модифікування характеризуються меншим рівнем пористості, а отже, кращими механічними властивостями. Натомість відхилення від заданих параметрів веде до інтенсифікації процесів утворення мікротріщин і зниження довговічності конструкцій та виробів.

Важливим напрямом сучасних досліджень є інтеграція методів

машинного навчання у процес аналізу мікроструктурних зображень. Застосування згорткових нейронних мереж дозволяє автоматизувати ідентифікацію мікропор і мікротріщин, підвищуючи точність і швидкість обробки результатів [9].

Таким чином, актуальність проблеми дослідження мікропористості та розвитку мікротріщин (рис. 1) у литих виробах з металевих сплавів визначається комплексом наукових і прикладних чинників. По-перше, це безпосередній вплив мікродефектів на експлуатаційні характеристики і довговічність матеріалів. По-друге, складність їхнього виявлення та необхідність розробки високоточних методів контролю. По-третє, потреба у створенні математичних моделей і симуляцій, здатних відтворювати реальні умови формування та розвитку дефектів.

Так, на рис. 1 зображена тріщина, яка успадковує дефекти, отримані під час лиття. Тому під час термо- та механічної обробки існує вірогідність виникнення крихких тріщин в цих областях.

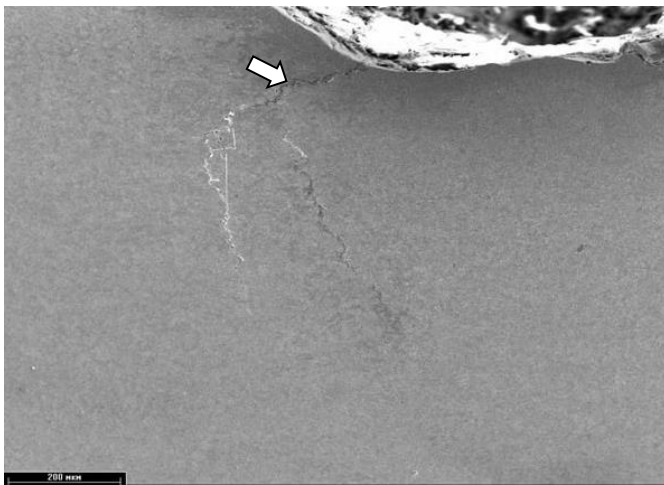


Рисунок 1 – Тріщина, яка успадковує дефекти, утворені під час лиття.

Відповідно, вивчення закономірностей утворення й еволюції мікротріщин у литих виробах є фундаментальною передумовою для оптимізації технологій лиття, підвищення якості металопродукції та забезпечення експлуатаційної безпеки у ключових галузях промисловості.

Методика дослідження

Наявність мікроструктурних дефектів лиття, таких як пористість, неметалеві включення, сегрегації легуючих елементів та структурні неоднорідності, у поєднанні з дією зовнішніх динамічних навантажень

створює умови для зародження та розвитку тріщин. Адекватне відтворення цих процесів можливе лише шляхом застосування формалізованої механіко-математичної моделі, яка поєднує положення класичної теорії пружності, лінійної механіки руйнування та критерії прогнозування якості литих матеріалів. В роботі подано рівняння та залежності з урахуванням одиниць виміру й коригувальних коефіцієнтів, що забезпечує цілісність моделі та її коректне застосування у чисельних розрахунках методом скінченних елементів.

Для формулювання узагальненої математичної моделі розвитку тріщини у литих заготовках з урахуванням наявності неметалевих включень та мікроструктурних концентраторів напруження опишемо мікроструктурний стан неперервними полями [1, 3, 5-6]:

$$M(x) = \{P(x), d(x), N_i(x), f_c(x), T(x), \dot{\varepsilon}(x)\}, \quad (1)$$

де P - локальна пористість; d - середній розмір зерна; N_i - об'ємна частка/щільність неметалевих включень; f_c - частка карбідів/твердих крихких фаз; T - температура; $\dot{\varepsilon}$ - швидкість деформації.

Ефективними параметрами будемо вважати механічні показники матеріалу [3, 7]:

$$E_{eff}(x) = E_0 \varphi_E(P) \quad (2)$$

$$\sigma_{y,eff}(x) = \sigma_{y0} \varphi_P(P) \varphi_d(d), \quad (3)$$

$$K_{Ic,eff}(x) = K_{Ic0} \varphi_T(T) \varphi_{\dot{\varepsilon}}(\dot{\varepsilon}) \varphi_P(P) \varphi_d(d) \varphi_i(N_i) \varphi_c(f_c), \quad (4)$$

де $E_{eff}(x)$ – ефективний модуль пружності матеріалу з урахуванням пористості, Па; E_0 – базовий (еталонний) модуль пружності без дефектів, Па; $\sigma_{y,eff}(x)$ – ефективна границя плинності матеріалу, Па; σ_{y0} – границя плинності для матеріалу без дефектів, Па; $K_{Ic,eff}(x)$ – ефективна тріщиностійкість (фрактурна в'язкість) матеріалу з урахуванням мікроструктури, МПа $\times$ м^{1/2}; K_{Ic0} – базове значення тріщиностійкості для матеріалу без дефектів, МПа $\times$ м^{1/2}; $\varphi_E(P)$ – функція впливу пористості на модуль пружності; $\varphi_P(P)$ – функція впливу рівня пористості P на міцність та тріщиностійкість; $\varphi_d(d)$ – функція впливу розміру зерна d на механічні властивості; $\varphi_T(T)$ – температурна поправка для тріщиностійкості при зміні температури T ; $\varphi_{\dot{\varepsilon}}(\dot{\varepsilon})$ – поправочний коефіцієнт швидкості деформації $\dot{\varepsilon}$; $\varphi_i(N_i)$ – множник впливу неметалевих включень, де N_i – кількісна характеристика включень (наприклад, % об'єму або кількість на одиницю площі); $\varphi_c(f_c)$ – функція впливу карбідної фази або інших мікроструктурних утворень, де f_c – частка цих фаз у структурі.

При цьому функції корегування визначаються як [3, 6]:

$$\varphi_P(P) = 1 - \beta_P P^{m_P}, \quad (5)$$

$$\varphi_d(d) = (1 + \beta_d d^{-1/2})^{-\eta_d}, \quad (6)$$

$$\varphi_i(N_i) = (1 + \beta_i N_i)^{-\eta_i} \quad (7)$$

$$\varphi_c(f_c) = (1 + \beta_c f_c)^{-\eta_c} \quad (8)$$

Вихідні данні та результати дослідження. Визначення напруженого стану із урахуванням пружно-деформаційних напружень виконується за наступною залежністю [7-8]:

$$\sigma_{\theta,eff}(x, t) = \sigma_{\theta,mech} + \sigma_{\theta,th} + \sigma_{\theta,res} \quad (9)$$

де $\sigma_{\theta,res}$ - технологічні залишкові напруження отримані з термогідродинамічної симуляції лиття, МПа [8].

При цьому, для локального об'єму заготовки тонкостінного елементу напружений стан можемо визначити відповідно до залежності:

$$\sigma_{\theta,mech} = \frac{p(t)r_i}{t}, \quad (10)$$

$$\sigma_{\theta,th} = \frac{E_{eff}\alpha\Delta T}{1-\nu}. \quad (11)$$

де $p(t)$ - внутрішній (або еквівалентний) тиск/імпульс навантаження, Па; r_i - внутрішній радіус, мкм; t - товщина стінки, мкм; α - коефіцієнт лінійного теплового розширення, 1/с; ν - коефіцієнт Пуассона; ΔT - різниця температур (охладжувальні градієнти), К.

Залишкові напруження, які виникають при охолодженні, та, як наслідок, усадки матеріала, визначаються на етапі моделювання методом скінчених елементів у Thercast шляхом встановлення критерію Ніяма N_y та виконується перехід наступним чином:

$$N_y(x) \Rightarrow P(x) \Rightarrow \sigma_{\theta,res}(x) \quad (12)$$

Локальна концентрація напружень як функція дефектів та включень визначається як номінальне локальне напруження, що посилюється фактором геометрії дефекту та мікроструктурними неоднорідностями:

$$\sigma_{loc} = \underbrace{(1 + 2\sqrt{a/p})}_{K_t^{crack}} \underbrace{(1 + A_{incl} + A_c)}_{K_t^{micro}} \sigma_{\theta,eff} \quad (13)$$

де a - поточна глибина тріщини/дефекту, мкм; p - радіус кривизни вершини, мкм; A_{incl} - додаткові підсилення від кластерів неметалевих включень та карбідів, які визначаються як:

$$A_{incl} = C_i N_i \left(\left| \frac{E_i}{E_m} - 1 \right|^{\gamma} + k_{\alpha} |\alpha_i - \alpha_m| \Delta T \right) \quad (14)$$

$$A_c = C_c f_c \left| \frac{E_c}{E_m} - 1 \right|^{\gamma_c} \quad (15)$$

де E - модуль пружності, Па; α - коефіцієнт лінійного теплового розширення фази включення/карбіду й матриці, $1/^\circ\text{C}$; C_i , C_c , γ , γ_c , k_{α} - емпіричні параметри калібрування.

Закон росту тріщини при імпульсному навантаженні, тобто при динамічному зростанні прийме наступний вигляд [2, 6, 9]:

$$\frac{da}{dt} = \vartheta_0 \left[\left(\frac{K_I}{K_{Ic,eff}} \right)^m - 1 \right], \vartheta_0 = \chi c_R, m \in [2, 6] \quad (16)$$

де c_R - швидкість поверхневої хвилі Релея, мкм/с; χ - частка лімітної швидкості ($\chi \lesssim 0.3$).

З метою верифікації математичної моделі виконаємо розрахунок параметру росту тріщини із урахуванням фізико-механічних характеристик матеріалу та мікроструктурних особливостей. Вихідні дані для проведення розрахунку відповідають сірому перлітному чавуну марки СЧ20–СЧ25, тоді як геометричні, термодинамічні та мікроструктурні параметри обрані на основі типових характеристик литих заготовок і даних симуляцій у Thercast. Прийнято наступні значення для виконання розрахунку: $D_o=0,108$ м; $r_i=0,049$ м; $\Delta T=80$ К; $t=0,005$ м; $\sigma_{res,\theta}=20$ МПа; $E_0=110$ ГПа; $p=15$ МПа; $\alpha=10,5 \times 10^{-6}$ К $^{-1}$; $\nu=0,25$; $K_{Ic0}=15$ МПа $\times$ м $^{1/2}$; $P=1,0\%$; $d=100$ μ м; $f_c=1,0\%$; $m_P=0,8$; $N=0,2\%$; $\beta_P=3$; $\beta_d=0,01$ м $^{1/2}$; $\eta_d=1$; $\beta_i=5$; $\eta_i=0,5$; $\eta_c=0,7$; $\beta_c=8$; $\varphi_c=1$; $\varphi_T=1$.

Модуль пружності з урахуванням пористості визначається як:

$$E_{eff} = E_0 (1 - P)^2 = 110 \times 0,992 \approx 107,8 \text{ ГПа.} \quad (17)$$

Поправочні коефіцієнти приймуть наступні значення:

$$\varphi_P = 1 - 3 \cdot (0,01)^{0,8} \approx 0,9246$$

$$\varphi_d = (1 + 0,01 \cdot d^{-1/2})^{-1} = (1 + 0,01 \cdot 100)^{-1} = 0,5$$

$$\varphi_i = (1 + 5 \cdot 0,002)^{-0,5} \approx 0,995$$

$$\varphi_c = (1 + 8 \cdot 0,01)^{-0,7} \approx 0,948$$

Відповідно, ефективна тріщиностійкість становитиме:

$$K_{Ic,eff} = K_{Ic0} \varphi_T \varphi_P \varphi_d \varphi_i \varphi_c = 15 \times (0,9246 \times 0,5 \times 0,995 \times 0,948) \approx 6,54 \text{ МПа м}^{1/2}$$

Номінальні напруження у виробі із урахуванням вищезазначеного

становитимуть:

$$\sigma_{\theta mech} = \frac{15 \times 0,049}{0,005} = 147 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\theta th} = \frac{107,8 \times 10,5 \times 10^{-6} \times 80}{1 - 0,25} = 121 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\theta, eff}(x, t) = 147 + 121 + 20 = 288 \text{ МПа}$$

Локальна концентрація та критерій крихкого зростання для умови гладкого дефекту при $\sigma_{loc} = \sigma_{\theta, eff} = 288$ МПа визначатиметься із урахуванням геометричного множника для крайової або поверхневої тріщини $Y=1,2$ для початкового дефекту $a_0=1,0 \times 10^{-3}$ м.

Таким чином, отримуємо:

$$K_I = Y \sigma_{loc} \sqrt{\pi a_0} = 1,2 \times 288 \times \sqrt{\pi 10^{-3}} = 19,35 \text{ МПа м}^{1/2}$$

Порівняння з $K_{Ic, eff} \approx 6,54$ МПа м^{1/2} дає нерівність $K_I > K_{Ic, eff}$ тобто умова крихкого зростання виконується.

Критичний розмір дефекту на основі отриманих параметрів прийме наступне значення:

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ic, eff}}{Y \sigma_{loc}} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{6,54}{1,2 \times 288} \right)^2 = 0,114 \text{ мм}$$

Оскільки $a_0 > a_c$, тріщина буде зростати. Таким чином, для заданих умов отримано $K_{Ic, eff} = 6,54$ МПа м^{1/2}, $\sigma_{\theta, eff}(x, t) = 288$ МПа.

Для початкової тріщини $a_0=1$ мм умова $K_I \geq K_{Ic, eff}$ виконується без урахування концентраторів. Критичний дефект $a_c \approx 0,114$ мм. Тобто, дефекти глибше $\sim 0,1$ мм за наведених умов - небезпечні.

Висновки

Розроблена математична модель розвитку тріщин у литих заготовках із металевих сплавів показала, що мікропористість, неметалеві включення, карбідні фази та розмір зерна істотно знижують ефективну тріщиностійкість матеріалу. Розрахунки для сірого чавуну підтвердили, що при пористості 1% та наявності дефектів розміром понад 0,1 мм виникає небезпека крихкого руйнування. Ефективна тріщиностійкість знизилася більш ніж удвічі (до $\sim 6,54$ МПа·м^{1/2}), а напружений стан досяг 288 МПа, що перевищує критичні межі. Це доводить необхідність контролю мікроструктурних параметрів литих виробів і підтверджує необхідність інтеграції моделі з чисельними методами (Thercast, FEM) для прогнозування та оптимізації технологічних процесів.

Перелік посилань

1. Lesoult G. R. Microporosity in cast alloys: Simple considerations on its formation. *International Journal of Cast Metals Research*. 2009. Vol. 22, № 1–4. P. 2–7. <https://doi.org/10.1179/136404609X367696>
2. Ломакін В. М., Клименко В. В., Пукалов В. В., Кузик О. В., Дубодєлов В. І., Горюк М. С. Дослідження процесу затвердіння та прогнозування структури литих чавунних молольних тіл. *Збірник наукових праць Центральноукраїнського національного технічного університету*. 2018. № 31. С. 66–74.
3. Kang M., Gao H., Wang J., Ling L., Sun B. Prediction of Microporosity in Complex Thin-Wall Castings with the Dimensionless Niyama Criterion. *Materials*. 2013. Vol. 6, № 5. P. 1789–1802. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma6051789>
4. M'Hamdi M. On modelling the interplay between microporosity formation and hot tearing in aluminium direct-chill casting. *Materials Science and Engineering: A*. 2005. Vol. 413–414. P. 105–108. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2005.09.050>
5. Réger M., Gáti J., Oláh F., Horváth R., Fábíán E. R., Bubonyi T. Detection of Porosity in Impregnated Die-Cast Aluminum Alloy Piece by Metallography and Computer Tomography. *Crystals*. 2023. Vol. 13, № 7. P. 1014. <https://doi.org/10.3390/cryst13071014>
6. Yao L., Cockcroft S., Maijer D., Zhu J., Reilly C. Study of Microporosity Formation under Different Pouring Conditions in A356 Aluminum Alloy Castings. In: Lindsay S.J. (ed.). *Light Metals 2011*. Springer, Cham, 2011. https://doi.org/10.1007/978-3-319-48160-9_135
7. Forestier R., Costes F., Jaouen O., Bellet M. Finite element thermomechanical simulation of steel continuous casting. *Proceedings MCWASP XII, 12th International Conference on Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes*. Vancouver, Canada, Jun 2009. P. 295–302. ISBN 978-0-87339-742-1.
8. Ломакін В. М., Молокост Л. А. Ударостійкий чавун для молольних тіл. *Збірник наукових праць Центральноукраїнського національного технічного університету*. 2020. № 34. С. 65–72.
9. Zsolt S., Marton B. Investigation of microporosity in die-cast AlSi12(Cu) alloys by neutron- and X-ray radiography. *Nuclear Society of Slovenia*. 1999. P. 703–708.

References

1. Lesoult, G. R. (2009). Microporosity in cast alloys: Simple considerations on its formation. *International Journal of Cast Metals Research*, 22(1-4), 2–7. <https://doi.org/10.1179/136404609X367696>
2. Lomakin, V. M., Klymenko, V. V., Pukalov, V. V., Kuzyk, O. V., Dubodielov, V. I., & Horiuk, M. S. (2018). Doslidzhennia protsesu zatverdinnia ta prohnzuvannia struktury lytykh chavunnykh mololnykh til. *Zbirnyk naukovykh prats Tsentralnoukrainskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*, (31), 66–74
3. Kang, M., Gao, H., Wang, J., Ling, L., & Sun, B. (2013). Prediction of Microporosity in Complex Thin-Wall Castings with the Dimensionless Niyama Criterion. *Materials*, 6(5), 1789-1802. <https://doi.org/10.3390/ma6051789>
4. M'Hamdi, M. (2005). On modelling the interplay between microporosity formation and hot tearing in aluminium direct-chill casting. *Materials Science and*

Engineering: A, Vol. 413-141, 105-108. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2005.09.050>

5. Réger, M., Gáti, J., Oláh, F., Horváth, R., Fábián, E. R., & Bubonyi, T. (2023). Detection of Porosity in Impregnated Die-Cast Aluminum Alloy Piece by Metallography and Computer Tomography. *Crystals*, 13(7), 1014. <https://doi.org/10.3390/cryst13071014>

6. Yao, L., Cockcroft, S., Maijer, D., Zhu, J., Reilly, C. (2011). Study of Microporosity Formation under Different Pouring Conditions in A356 Aluminum Alloy Castings. In: Lindsay, S.J. (eds) *Light Metals 2011*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-48160-9_135

7. Romain Forestier, Frédéric Costes, Olivier Jaouen, Michel Bellet. Finite element thermomechanical simulation of steel continuous casting. *Proceedings MCWASP XII, 12th International Conference on Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes*, Jun 2009, Vancouver, Canada. p. 295-302 - ISBN 978-0-87339-742-1

8. Lomakin, V. M., & Molokost, L. A. (2020). Udarostiikiy chavun dlia mololnykh til. *Zbirnyk naukovykh prats Tsentralnoukraiynskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*, (34), 65–72

9. Zsolt, S., & Marton, B. (1999). Investigation of microporosity in die-cast AlSi12(Cu) alloys by neutron- and X-ray radiography (cc. p. 703–708). *Nuclear Society of Slovenia*

S. O. Fedoriachenko^{1,*}, Ph. D. (Tech.), Associate Professor, ORCID 0000-0002-8512-3493

K. A. Ziborov¹, Ph. D. (Tech.), Associate Professor, ORCID 0000-0002-4828-3762

D. V. Laukhin¹, D. Sc. (Tech.), Professor ORCID 0000-0002-9842-499X

O. V. Shchukin², Ph. D. (Tech.), Associate Professor, ORCID 0000-0001-6332-1811

O. V. Orel², Ph. D. (Tech.), Associate Professor, ORCID 0000-0003-0265-7527

V. M. Korol¹, Ph. D. student, ORCID 0009-0004-6433-1797

D. V. Harkavenko¹, Ph. D. student, ORCID 0009-0004-5011-9015

¹ *Dnipro University of Technology*

² *Kharkiv National Automobile and Highway University*

* *Corresponding author: fedoriachenko.s.o@nmu.one*

MATHEMATICAL MODELING OF MICROCRACK PROPAGATION UNDER THE PRESENCE OF INTERNAL DEFECTS IN METAL CASTINGS

Abstract. The article addresses the problem of the formation and development of microdefects in cast products made of metallic alloys, in particular microporosity and microcracks, which determine the durability and reliability of structures. It is shown that micropores of about 10 μm in size are difficult to detect using traditional control methods, yet they significantly reduce fatigue resistance, plasticity, and the tensile and yield strengths. The spatial distribution and morphology of pores govern the mechanism of crack initiation, while their coalescence in stress concentration zones accelerates fracture. Modern research methods are summarized, including optical and electron microscopy, X-ray computed tomography, and morphometric

image analysis, which make it possible to determine the volume fraction of microporosity, defect geometry, and their degree of connectivity. The significance of numerical modeling is highlighted through the use of software packages such as Thercast, where the application of the Niyama criterion enables the prediction of porosity formation during solidification and the optimization of casting parameters. Particular attention is given to additive manufacturing technologies, where microporosity, combined with microstructural anisotropy and lack-of-fusion defects, increases material sensitivity to crack formation. For cast irons and steels, the dependence of microporosity on the carbon equivalent and graphite spheroidization is shown, which determines the quality of castings. A mechanico-mathematical model is proposed, integrating the principles of elasticity theory, linear fracture mechanics, and microstructural factors. Effective parameters are introduced-elastic modulus, yield strength, and fracture toughness-with correction factors accounting for defects, inclusions, and thermo-kinetic conditions. A crack growth law under dynamic loading is formulated and numerically verified. The results obtained have practical significance for optimizing casting and additive manufacturing processes, predicting service life, and ensuring the operational safety of structures in critically loaded mechanical and energy systems.

Key words: microporosity, microcracks, cast alloys, mechanico-mathematical modeling, Niyama criterion, additive technologies, fracture toughness, Thercast.

For citation: Fedoriachenko, S. O., Ziborov, K. A., Laukhin, D. V., Shchukin, O. V., Orel, O. V., Korol, V. M., & Harkavenko, D. V. (2025). Mathematical modeling of microcrack propagation under the presence of internal defects in metal castings. *Fundamental and applied problems of ferrous metallurgy*, 39, 274-284. <https://doi.org/10.52150/2522-9117-2025-39-16>

Рукопис надійшов до редакції / Received 26.07.2025

Рекомендовано до друку / Accepted 21.10.2025