

УДК 621.926.22.001:622.732

В. П. Франчук, д.т.н., проф., ORCID 0000-0003-0808-6606**О. В. Анциферов**, к.т.н., доц., ORCID 0000-0002-0724-8792*Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»*

ПОДІЛ СИПКОГО МАТЕРІАЛУ ПРИ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОЛИВАННЯХ РОБОЧОЇ ПОВЕРХНІ

Анотація Метою даної роботи є розрахунок процесу поділу частинок сипкого матеріалу в шарі під дією вертикальних або просторових коливань. Цей ефект досі не має задовільного теоретичного пояснення. Відомі роботи, в яких розглядаються якісні характеристики «спливання» або «занурення» частинок, мають феноменологічний підхід. Має місце і ймовірнісний підхід до цієї проблеми без урахування характеристик частинок і параметрів вібрації. В даній роботі сипучий матеріал розглядається як такий, що має частинки різного розміру та щільності. Як гіпотеза приймається, що частинки мають сферичну форму, амплітуда гармонійних низькочастотних коливань поверхні співмірна з розміром основної маси частинок, в момент відриву від поверхні усім частинкам надається однакова швидкість, але різна кількість енергії, що пропорційна їх масі. Враховується також коефіцієнт опору тертя між частинками. За даними розрахунку траєкторії руху частинок і їх положення в момент закінчення відривного руху проводиться порівняння траєкторій основної маси частинок з тими, що відрізняються розміром або щільністю. Розрахунок траєкторій для серії відривних рухів досліджуваних частинок дозволяє визначити швидкість процесу поділу, тобто швидкість їх просування в шарі матеріалу. Показано, що швидкість розподілу частинок залежить від різниці у розмірі, щільності окремих частинок, частоти і амплітуди вертикальних коливань.

Ключові слова: сипкий матеріал, частинки, вібрація, амплітуда та частота коливань, поділ частинок за розміром та щільністю

Посилання для цитування: Франчук В. П., Анциферов О. В. Поділ сипкого матеріалу при вертикальних коливаннях робочої поверхні. *Фундаментальні та прикладні проблеми чорної металургії*. 2022. Вип. 36. С. 466-475. DOI: 10.52150/2522-9117-2022-36-466-475.

Вступ. Під поділом у механіці дисперсних матеріалів розуміють процес перерозподілу неоднорідних частинок суміші внаслідок їх взаємодії і відносного зустрічного переміщення в полі гравітаційних, вібраційних, електромагнітних сил [1]. Теоретично сегрегація відбувається при будь-якій взаємодії частинок дисперсного середовища, якщо вони знаходяться в процесі взаємного переміщення. Причиною сегрегації може бути відмінність частинок за розміром, щільністю, формою, шорсткістю,

пружністю, адгезійними та іншими фізико-механічними властивостями. Запропонований ряд підходів до пояснення і практичного використання цього явища. Усі роботи можна поділити на два напрями: феноменологічний [2] і ймовірнісний [3]. Але в основу прямих розрахунків поділу матеріалів мають бути покладені механізми, що ґрунтуються на фізиці процесу з урахуванням конкретних умов його протікання [4, 5, 6, 7].

Розглянемо дві дисперсні системи:

– великі частинки знаходяться в оточенні більшою за кількістю дрібних, але всі вони мають однакову щільність (рис. 1, а);

– в оточенні дрібних частинок в невеликій кількості знаходяться ті, що мають більшу щільність (рис. 1, б).

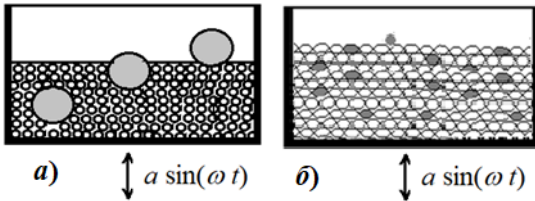


Рисунок 1 – Схеми «спливу» частинок при відривному русі шару.

Посудини з сумішшю знаходяться під дією гармонійних коливань у вертикальній площині. Коливання низькочастотні з амплітудою, що порівнянна з розміром основної маси частинок.

При дослідженні даних систем приймаємо наступні гіпотези:

1) вважається що частинки матеріалу мають досить високий модуль пружності і відриваються одночасно, незалежно від положення в шарі;

2) товщина шару частинок рівна або менше чверті хвилі деформації матеріалу шару [8];

3) різницею в концентрації частинок, що відрізняються розміром або щільністю від основної маси зневажаємо;

4) посудина має достатні габарити в плані, тобто крайовий ефект не позначається на параметрах регулярного режиму руху шару.

Вертикальні коливання ємності з дисперсним матеріалом будемо характеризувати режимом вібропереміщення

$$\Gamma = \frac{a\omega^2}{g}, \quad (1)$$

де a – амплітуда вертикальних коливань; ω – частота коливань; g – прискорення вільного падіння.

При коливаннях ємності шар частинок знаходиться у регулярному русі, що у класичному розумінні [9] виглядає таким чином: $0 \leq \Gamma \leq 1$ – безвідривний рух шару, $1 \leq \Gamma \leq 3,6$ – однопіриодний регулярний рух з відривом від робочої поверхні, $3,6 \leq \Gamma \leq 5$ – двопіриодний регулярний рух з відривом від робочої поверхні, $\Gamma > 5$ – нерегулярний режим,

перемішування.

Розглянемо перший випадок (рис. 1, а). Фізика процесу представляється такою. Ємність з шаром дрібного матеріалу з включенням великих частинок переміщується у вертикальному напрямі за гармонійним законом

$$z = a \sin(\omega t). \quad (2)$$

Вважаємо, що всі частинки мають сферичну форму і відриваються від днища одночасно, незалежно від положення в шарі. У момент відриву від робочої поверхні усі частинки мають однакову швидкість \dot{z}_0 , але отримують різну кількість енергії E_1 і E_2 , що пропорційна їх масі

$$E_1 = \frac{m_d \dot{z}_0^2}{2}; E_2 = \frac{m_b \dot{z}_0^2}{2} \text{ або } E_1 = \frac{\pi d_d^3 \gamma \dot{z}_0^2}{12}; E_2 = \frac{\pi d_k^3 \gamma \dot{z}_0^2}{12}, \quad (3)$$

де m_d, m_b – маси дрібних і великих частинок; d_d, d_b – середній діаметр дрібних і великих частинок; γ – щільність матеріалу.

У міру руху вгору швидкість частинок зменшується за рахунок сил гравітації і додаткового опору за рахунок тертя частинок між собою. Вважатимемо ці опори пропорційними швидкості руху частинки і площі її поверхні

$$R_d = \frac{1}{4} \mu \pi d_d^2 \dot{z}, \quad R_k = \frac{1}{4} \mu \pi d_b^2 \dot{z}. \quad (4)$$

Тут μ – коефіцієнт опору.

Внаслідок даної моделі великі частинки з більшим запасом енергії здійснюють рух по більш високій траєкторії і опускаються на підшар дрібних частинок, що мають нижчу траєкторію руху. Великі частинки як би «спливають» в шарі дрібних [2].

Аналогічна картина спостерігається і при однаковому розмірі частинок, коли ті, що мають більшу щільність, «спливають» в шарі менш щільних частинок.

Мета роботи. Визначення параметрів руху частинок, що відрізняються за розміром і щільністю від основної маси суміші при вертикальних коливаннях шару з відривом матеріалу від робочої поверхні і з урахуванням сили опору їх руху.

Результати досліджень. Рух частинки дрібного матеріалу у вертикальному напрямі відносно робочої поверхні з урахуванням опорів описується рівнянням

$$\frac{\pi d_d^3 \gamma}{6} \ddot{z}_d(t) + \mu \pi d_d^2 \dot{z}_d(t) = \frac{\pi d_d^3 \gamma}{6} a \omega^2 \sin(\omega t) - \frac{\pi d_d^3 \gamma}{6} g. \quad (5)$$

Відривний рух матеріалу відбувається за початкових умов

$$z_d(t_0) = 0, \quad \dot{z}_d(t_0) = 0. \quad (6)$$

Початковий час відриву матеріалу визначимо із співвідношень

$$t_0 = \frac{\psi_0}{\omega}, \quad \psi_0 = \arcsin\left(\frac{1}{\Gamma}\right), \quad (7)$$

де t_0, ψ_0 – час і фазний кут відриву матеріалу від поверхні.

Після фази польоту час зустрічі t_3 середньозваженого шару матеріалу дрібних частинок з робочою поверхнею визначиться із залежності

$$z_d(t_3) = 0. \quad (8)$$

Перетворимо рівняння (5) до виду

$$\ddot{z}_d(t) + \frac{6\mu}{d_d\gamma} \dot{z}_d(t) = a\omega^2 \sin(\omega t) - g. \quad (9)$$

Аналогічне рівняння отримаємо для великих частинок матеріалу

$$\ddot{z}_b(t) + \frac{6\mu}{d_b\gamma} \dot{z}_b(t) = a\omega^2 \sin(\omega t) - g. \quad (10)$$

Рівняння (10) вирішується за наступних початкових умов

$$z_b(t_0) = 0, \quad \dot{z}_b(t_0) = 0. \quad (11)$$

Розглянемо результати рішення рівнянь (9) і (10) з початковими умовами (6) і (11). Приймаємо частинки сферичної форми розміром $d_d = 1$ мм і $d_b = 10$ мм із щільністю $\gamma = 3200$ кг/м³. По осі абсцис відкладаємо відносний час руху t/T ($T = 2\pi/\omega$ – період руху робочої поверхні). Результати розрахунку при $\omega = 100$ 1/с і $\Gamma = 3,5$ показані на рис. 2.

Як видно, великий шматок здійснює більш високу траєкторію, чим підшар дрібніших частинок.

Зустріч дрібного матеріалу з робочою поверхнею відбувається у момент часу t_3 – коли великий шматок опуститься на підшар дрібного матеріалу і знаходитиметься на висоті

$$\Delta h = z_b(t_3) - z_d(t_3). \quad (12)$$

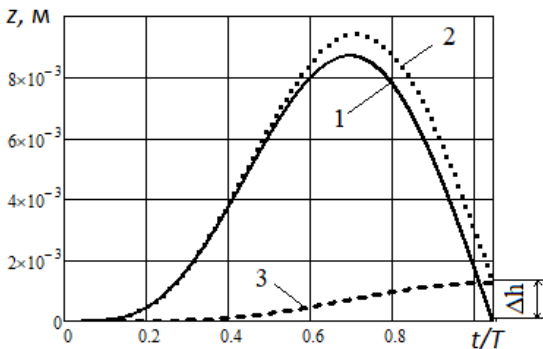


Рисунок 2 – Траєкторії руху частинок: 1 – дрібні; 2 – великі; 3 – різниця траєкторій.

Формула (12) визначає величина кроку «спливання» великої частинки матеріалу в шарі дрібних частинок.

Час зустрічі шару t_3 дрібного матеріалу з робочою поверхнею визначиться з рівності нулю переміщення його окремої частинки

$$z_d(t_3) = 0. \quad (13)$$

Зважаючи на неможливість отримати вираження в явному виді відносно t_3 , рішення проводим чисельними засобами. В даному випадку, оскільки $\Gamma = 3,5$, час зустрічі $t_3 = 0,066$ с дорівнює періоду коливань робочої поверхні $T = 0,063$ с.

Звідси ми можемо дати приблизну оцінку швидкості «спливання» великої частинки за один період коливань

$$v_B = \frac{\Delta h}{T} = \frac{\Delta h \cdot \omega}{2\pi} = 0,02 \text{ м/с}. \quad (14)$$

На рис. 3 представлений графік середньої швидкості «спливання» v_B великих частинок різної величини в шарі дрібних частинок. Для великих частинок, що перевищують розмір дрібних $d_B/d_d > 4$, швидкість слабо збільшується із зростанням розміру частинки.

На рис. 4 представлена залежність швидкості «спливання» v_B великої частинки від коефіцієнта вібропереміщення Γ при $d_B/d_d = \text{const}$. Як бачимо, швидкість транспортування зростає до деяких меж ($\Gamma = 3,6$). Після цього спостерігається, так званий двоетапний режим руху шару і зниження швидкості поділу аж до $\Gamma = 5,6$, після чого починається режим перемішування.

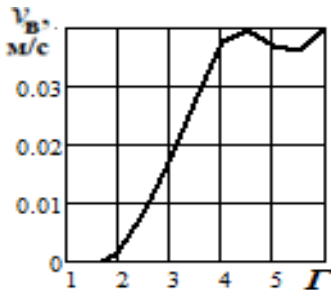


Рисунок 3 – Залежність швидкості «спливання» великої частинки від співвідношення їх розмірів при $\Gamma = 3,5$.

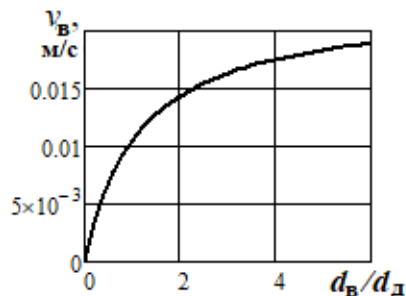


Рисунок 4 – Залежність швидкості «спливання» великої частинки від коефіцієнта вібропереміщення при $d_B/d_d = 10$.

Розглянута картина поділу суміші з включенням крупних частинок є ідеалізованою. У реальних умовах середовище визначається сумішшю різномірних частинок, які у свою чергу теж схильні до поділу, так що

картина кількісно може змінитися, але якісно залишиться такою. Розглянемо наступну задачу (рис. 1, б). Дисперсна суміш представляє частинки одного розміру, але різної щільності. Як і раніше, розмір частинки сферичної форми характеризується діаметром d . В процесі вібраційного навантаження порошку елементи більшої щільності повинні «спливати» в шарі легкого матеріалу. Диференціальні рівняння відривного руху частинок обох матеріалів у вертикальному напрямку за аналогією з (9) і (10) мають вигляд

$$\ddot{z}_л(t) + \frac{6\mu}{d\gamma_л} \dot{z}_л(t) = a\omega^2 \sin(\omega t) - g; \quad (15)$$

$$\ddot{z}_щ(t) + \frac{6\mu}{d\gamma_щ} \dot{z}_щ(t) = a\omega^2 \sin(\omega t) - g, \quad (16)$$

де $\gamma_л$ і $\gamma_щ$ – щільності легких і більш щільних частинок матеріалу.

Початкові умови залишаються у тому ж вигляді (6), (7) і (11). Після чисельного розв'язку цих рівнянь будемо траєкторії відривного руху частинок (рис. 5). Якісно вони мають вигляд, що і на рис. 2. Розрахунки проведені для побудови траєкторії руху частинок гематиту ($\gamma_щ = 4500 \text{ кг/м}^3$) у шарі кварцу ($\gamma_л = 2400 \text{ кг/м}^3$). Розмір частинок $d = 0,001 \text{ м}$. Коефіцієнт опору приймаємо $\mu = 100 \text{ кг/(м}^2\cdot\text{с)}$. Частота коливань $\omega = 100 \text{ 1/с}$, режим вібропереміщення $\Gamma = 3,5$.

Зазначимо, що різниця між траєкторіями (крива 3) менш помітна, ніж в першому випадку (рис. 2), оскільки вона залежить від співвідношення величин $\gamma_щ/\gamma_л$. В даному випадку за формулою (14) отримуємо приблизну оцінку швидкості «спливання» більш щільної частинки за один період коливань $v_щ = 5,8 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$.

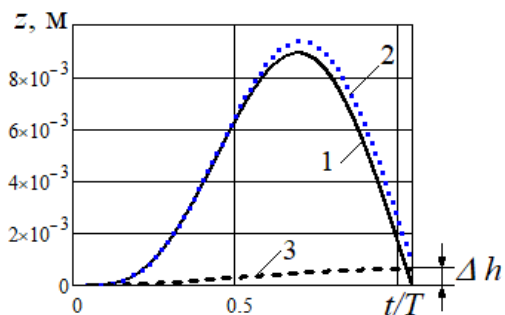


Рисунок 5 – Траєкторії руху частинок: 1 – легкі; 2 – щільні; 3 – різниця траєкторій.

Слід сказати, що при постійному коефіцієнті вібропереміщення Γ процес поділу істотно залежить від амплітуди коливань [10]. Це може привести до того, що при збільшенні розміру частинок суміші і малій амплітуді (високій частоті) коливань інтенсивність поділу матеріалу

зменшується і далі взагалі припиниться.

Розглянемо рис. 6. Форми графіків відповідають рівнянню (1) при постійному $\Gamma = 3,5$. Збільшення амплітуди коливань призводить до пропорційного збільшення швидкості поділу (рис. 6, а). В той же час, збільшення кутової швидкості (при відповідному зменшенні амплітуди), призводить до зниження швидкості поділу (рис. 6, б).

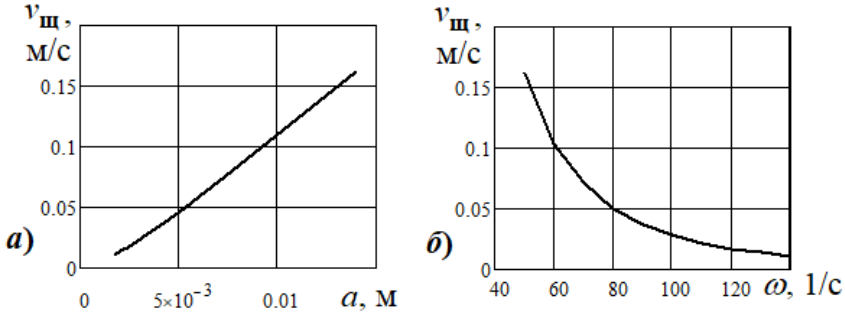


Рисунок 6 – Залежності швидкості поділу від амплітуди коливань (а) і частоти (б) при постійному Γ .

Звідси виходить, що для ефективного процесу поділу за щільністю, в залежності від величини частинок продукту необхідно оцінити раціональне відношення амплітуди коливань до частоти (при незмінному Γ). На прикладі показано розподіл двокомпонентного матеріалу однакової величини. Насправді ж частіше трапляється, що продукт поділу за щільністю складається з частинок різної величини. Може статися, що частинки різної щільності та різної величини матимуть однакову траєкторію в режимі відривного руху. Тобто, в рівняннях (9) і (16) величина z є однаковою

$$\ddot{z}(t) + \frac{6\mu}{d_d \gamma_d} \dot{z}(t) = \ddot{z}(t) + \frac{6\mu}{d_{\text{щ}} \gamma_{\text{щ}}} \dot{z}(t), \quad (16)$$

або для матеріалу з близькою кристалічною структурою ($\mu = \text{const}$)

$$\frac{1}{d_d \gamma_d} = \frac{1}{d_{\text{щ}} \gamma_{\text{щ}}}. \quad (17)$$

Звідси слідує співвідношення

$$\frac{d_{\text{щ}}}{d_d} = \frac{\gamma_d}{\gamma_{\text{щ}}}, \quad (18)$$

тобто, за аналогією з гідравлічною класифікацією, розмір «рівнопадаючих» частинок обернено пропорційний їх щільності.

На практиці перед початком процесу поділу за щільністю необхідно

зробити поділ матеріалу за крупністю (наприклад, на перфорованій поверхні). Перед поділом за щільністю кварцу та гематиту крупністю $0 \div 50$ мм, його необхідно (теоретично) попередньо розділити на такі класи крупності в мм: $50 \div 27$, $27 \div 14$, $14 \div 7$, $7 \div 4$, $4 \div 2$, $2 \div 1$ і т.д. Насправді бажано призначати значно вужчі діапазони крупності, щоб уникнути «засмічення» матеріалу один одним.

Висновки

1. Рух шару сипкого матеріалу однакової щільності під дією вертикальних коливань в режимі з підкиданням характеризується поділом, причому більші частинки розташовуються вище за шаром.

2. При відриві від робочої поверхні більші частинки матеріалу отримують більший запас кінетичної енергії, а опір їх руху пропорційний поверхні, що призводить до більш високої траєкторії, ніж у дрібних. В результаті великі частинки опускаються на підшар дрібних, переміщаючись вгору за кожним етапом руху.

3. Швидкість поділу за величиною частинок збільшується із зростанням різниці в розмірах фракцій і величини коефіцієнта вібропереміщення, раціональне значення якого повинно знаходитись в певному діапазоні.

4. Механізм поділу сипкого матеріалу за щільністю при однаковому розмірі частинок наступний. Матеріал з більшою щільністю має більш високу траєкторію при відривному русі і при за кожним етапом підкидання переміщається у верхні шари за рахунок падіння на шар з підсіпок менш щільних фракцій.

5. При незмінному коефіцієнті вібропереміщення швидкість поділу пропорційна збільшенню амплітуди коливань і зменшується в квадратичній залежності із збільшенням частоти.

6. З метою підвищення якості поділу матеріалу за щільністю попередньо необхідно класифікувати його на вузькі класи за розміром частинок.

Перелік посилань

1. Куди А. Н., Долгунин В. Н. Сегрегация и миграция в гравитационных потоках зернистых материалов: механизмы, интенсификация и технологии: Монография, Тамбов: Издат. центр ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2019. 130 с.
2. Блехман И. И. Вибрационная механика. М.: Наука, 1994. 247 с.
3. Непомнящий В. А. К теории самосортирования сыпучих смесей. *Известия ЛЭТИ*. 1961. Вып. 46. С. 217-227.
4. Франчук В. П. К вопросу сегрегации материала под действием вертикальных вибраций. *Проблемы тонкого измельчения, классификации и дозирования: тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции*. Иваново, ИХТИ, 1982. С. 53-55.
5. Франчук В. П., Хомасуридзе В. Д. К расчету сил, препятствующих «всплыванию» частиц виброожиженной сыпучей среды. *Сравнению различных*

видов измельчителей: тезисы и доклады 2-й конф. Ч. II. ОГМА. Одесса, 1994. С. 18-23.

6. Франчук В. П., Хомасуридзе В. Д. К расчету сил, способствующих «всплыванию» частиц вибрирующего наклонного сыпучего тела. *Теория и практика процессов измельчения и разделения*: материалы конференции. ОГМА, Одесса, 1995. С. 24-28.
7. Учитель А. Д. К анализу процесса сегрегации сыпучих материалов на вибрационных грохотах. *Труды института «Механобр»*. Л., 1988. С. 71-80.
8. Франчук В. П. Учет большого слоя материала вибрационных машин технологического назначения. *Вібрації в техніці та технологіях*. № 2 (62), 2011. С. 48-53.
9. Блехман И. И., Джanelидзе Г. Ю. Вибрационное перемещение. М.: Наука, 1964. 412 с.
10. Франчук В. П., Надутый В. П., Егурнов А. И. Выбор параметров движения рабочих поверхностей грохотов с учетом крупности разделения. *Збагачення корисних копалин*. Вип. 33 (74). Дніпропетровськ, 2008. С. 44-52.

References

1. Kudi A. N., Dolgunin V. N. Segregaciya i migraciya v gravitacionnyh potokah zernistyh materialov: mekhanizmy, intensivikaciya i tekhnologii: Monografiya, Tambov: Izdat. centr FGBOU VO «TGTU», 2019. 130 p.
2. Blekhman I. I. Vibracionnaya mekhanika. Moskva: Nauka, 1994. 247 p.
3. Nepomnyashchij V. A. K teorii samosortirovaniya sypuchih smesej. *Izvestiya LETI*. 1961. No. 46. P. 217-227.
4. Franchuk V. P. K voprosu segregacii materiala pod dejstviem vertikal'nyh vibracij. *Problemy tonkogo izmel'cheniya, klassifikacii i dozirovaniya*: tezisy докладов Vsesoyuznoj nauchno-tekhnicheskoj konferencii. Ivanovo, IHTI, 1982. P. 53-55.
5. Franchuk V. P., Homasuridze V. D. K raschetu sil, prepjatstvuyushchih «vsplyvaniyu» chastic vibroozhizhennoj sypuchej sredy. *Sravneniya razlichnyh vidov izmel'chitelej*: tezisy i doklady 2-j konf. CH. II. OGMA. Odessa, 1994. P. 18-23.
6. Franchuk V. P., Homasuridze V. D. K raschetu sil, sposobstvuyushchih "vsplyvaniyu" chastic vibriruyushchego naklonnogo sypuchego tela. *Teoriya i praktika processov izmel'cheniya i razdeleniya*: materialy konferencii. OGMA, Odessa, 1995. P. 24-28.
7. Uchitel A. D. K analizu processa segregacii sypuchih materialov na vibracionnyh grohotah. *Trudy instituta "Mekhanobr"*. L., 1988. P. 71-80.
8. Franchuk V. P. Uchet bol'shogo sloya materiala vibracionnyh mashin tekhnologicheskogo naznacheniya. *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh*. No. 2 (62), 2011. P. 48-53.
9. Blekhman I. I., Dzhanlidze G. Yu. Vibracionnoe peremeshchenie. Moskva: Nauka, 1964. 412 p.
10. Franchuk V. P., Nadutyj V. P., Egunov A. I. Vybor parametrov dvizheniya rabochih poverhnostej grohotov s uchetom krupnosti razdeleniya. *Zbahachennia korysnykh kopalyu*. No. 33 (74). Dnipropetrovsk, 2008. P. 44 – 52.

V. P. Franchuk, D. Sc. (Tech.), Professor, ORCID 0000-0003-0808-6606

O. V. Antsyferov, Ph. D. (Tech.), Associate Professor, ORCID 0000-0002-0724-8792

National Technical University «Dnipro Polytechnic»

SEPARATION OF BULK MATERIAL UNDER WORKING SURFACE VERTICAL VIBRATIONS

Summary. The purpose of this work is to calculate the process of separation of particles of loose material in a layer under the action of vertical or spatial vibrations. This effect still does not have a satisfactory theoretical explanation. Well-known works, which consider the qualitative characteristics of "rising" or "sinking" of particles, have a phenomenological approach. There is also a probabilistic approach to this problem without taking into account the characteristics of particles and vibration parameters. In this work, bulk material is considered as having particles of different sizes and densities. As a hypothesis, it is assumed that the particles have a spherical shape, the amplitude of harmonic low-frequency vibrations of the surface is proportional to the size of the main mass of the particles, at the moment of separation from the surface, all particles are given the same speed, but a different amount of energy, which is proportional to their mass. The friction coefficient between the particles is also taken into account. According to the calculation of the trajectory of the particles and their position at the end of the separation movement, the trajectories of the main mass of particles are compared with those that differ in size or density. Calculation of the trajectories for a series of detachment movements of the studied particles allows to determine the speed of the separation process, that is, the speed of their advancement in the material layer. It is shown that the speed of distribution of particles depends on the difference in size, density of individual particles, frequency and amplitude of vertical oscillations.

Key words: loose material, particles, vibration, amplitude and frequency of oscillations, separation of particles by size and density

For citation: Franchuk V. P., Antsyferov O. V. Podil sypkoho materialu pry vertykalnykh kolyvanniakh robochoi poverkhni [Separation of bulk material under working surface vertical vibrations]. *Fundamental and applied problems of ferrous metallurgy*. 2022. Collection 36. P. 466-475. [In Ukrainian]. DOI: 10.52150/2522-9117-2022-36-466-475.

Стаття надійшла до редакції збірника 16.11.2022 р.

Рекомендовано до друку редколегією збірника (Протокол № 5 від 20.12.2022 р.)